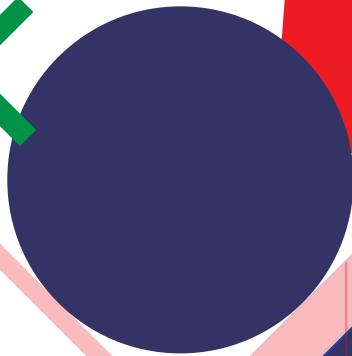




República de Honduras
Secretaría de Educación

Cuaderno de Trabajo de Matemática II



Décimo Grado
Bachillerato en Ciencias y Humanidades BCH
Modalidad de Educación en Casa

Cuaderno de Trabajo de Matemática II, Décimo Grado, Bachillerato en Ciencias y Humanidades (BCH), de la modalidad de Educación en Casa, es propiedad de la Secretaría de Estado en el Despacho de Educación de Honduras, C.A. Elaborado por docentes especialistas del Instituto León Alvarado y del Centro Regional de Formación Permanente de la zona Centro Occidente del Departamento de Comayagua, con asesoría técnica del programa ALTERNATIVAS GOPA-GIZ.

PRESIDENTE DE LA REPÚBLICA

Abg. Juan Orlando Hernández Alvarado

SECRETARIO DE ESTADO EN EL DESPACHO DE EDUCACIÓN

Ing. Arnaldo Bueso Hernández

SUBSECRETARIA DE ASUNTOS TÉCNICO PEDAGÓGICOS

PhD. Gloria Menjivar

DIRECTOR GENERAL DE CURRÍCULO Y EVALUACIÓN

MSc. José Luis Cabrera

DIRECTOR GENERAL DE MODALIDADES EDUCATIVAS

MSc. Ovilso Zuniga

SUBDIRECTORA GENERAL DE EDUCACIÓN EN CASA

MSc. Daysi Karina Maradiaga

DIRECTORA DEPARTAMENTAL DE EDUCACIÓN DE COMAYAGUA

MSc. Mirian Suyapa Ochoa

DIRECTOR REGIONAL PROGRAMA ALTERNATIVAS GIZ

MSc. Manuel Novoa

Autoría

Lesky Rivas Martínez, Edna Rosinda Hernández Claros, Marbin Gonzáles Velásquez

Priscilla Pérez Pego, German Fiallos Rivera

Asesoría técnica Programa ALTERNATIVAS GOPA/GIZ

Ing. Jorge H. Ramirez O.

PhD. Daysi Georgina Coello

Asesoría Técnica Secretaría de Educación

MsC.Daysi Karina Maradiaga

Lic. Jelen Sofía Mendoza

Lic.Dina Elizabeth Alonzo

Equipo de revisión y validación

Dirección General de Currículo y Evaluación

Lic. Lourdes Patricia Reyes

Lic. Sara Jiménez

Revisión Técnico Gráfico

Dirección General de Innovación

Tecnológica y Educativa / SE

Diseño y Diagramación

Ing. Jorge D. Morales Programa ALTERNATIVAS GOPA/GIZ

Eleazar Tomé Escobar / SDGEPIAH

©Secretaría de Educación

Parque Naciones Unidas Cristo del Picacho, Col. El Hatillo,

Tegucigalpa M.D.C., Honduras C.A.

www.se.gob.hn

Cuaderno de Trabajo de Matemática II Décimo Grado,

Bachillerato en Ciencias y Humanidades (BCH)

Modalidad de Educación en Casa.

Primera Edición 2020

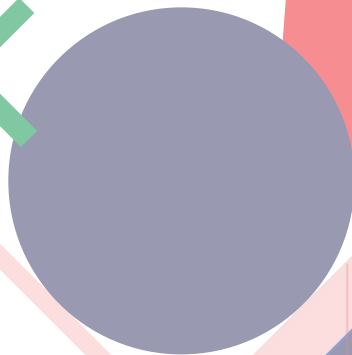
DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

Se prohíbe la reproducción total o parcial de este documento Cuaderno de Trabajo de Matemática II por cualquier medio, sin la autorización de la Secretaría de Educación de Honduras.



República de Honduras
Secretaría de Educación

Cuaderno de Trabajo de Matemática II



Décimo Grado
Bachillerato en Ciencias y Humanidades
Modalidad de Educación en Casa

Con apoyo de

ALTERNATIVAS



Secretaría de la Integración Social
Centroamericana
Foro una Región SICA con inclusión, bienestar y equidad



SICA
Sistema de la Integración
Centroamericana



giz Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit (GIZ) GmbH

PRESENTACIÓN

La Secretaría de Estado en el Despacho de Educación, continúa sus esfuerzos para cumplir con su responsabilidad de ofrecer servicios educativos de calidad que constituyen un derecho humano. En este sentido, la **Subdirección General de Educación en Casa**, en cumplimiento a sus atribuciones descritas en la Ley Fundamental de Educación, impulsó el diseño de la Colección de Cuadernos de Trabajo de 11 espacios curriculares, con apoyo técnico y financiero del Programa Regional “Integración y reintegración de niños y jóvenes en riesgo de migración irregular en Centroamérica - ALTERNATIVAS”, implementado por GOPA-GIZ, por encargo del Ministerio Federal de Cooperación Económica y Desarrollo (BMZ) de Alemania.

Los Cuadernos de Trabajo son un producto del saber teórico y práctico de docentes especialistas del Instituto León Alvarado del Municipio de Comayagua, en coordinación con formadores del Centro Regional de Formación Permanente de la zona Centro-Occidente. El propósito es, apoyar el rol de los tutores, las prácticas de los docentes y facilitar el logro de los aprendizajes de los educandos del décimo grado del Bachillerato en Ciencias y Humanidades (BCH) de la Modalidad Educación en Casa.

Son complementarios a los libros de texto, utilizados en el programa radiofónico El Maestro en Casa, aprobado por la Secretaría de Educación y convenido con el Instituto Hondureño de Educación por Radio (IHER). Ambos insumos didácticos, están diseñados conforme a los logros de aprendizaje descritos en el Plan de Estudios del BCH. Los Cuadernos de Trabajo son un complemento, puesto que amplían y dinamizan la forma de aprender de los educandos, a través de ejercicios prácticos que promueven en primer lugar el estudio autónomo, la reflexión, el análisis y la adecuada respuesta a cada una de los retos de aprendizaje.

Ofrecen, además, espacios de aprendizaje para que los educandos durante el proceso autovaloren y aseguren por sí mismos, el logro de los aprendizajes esperados. De igual manera, los Cuadernos de Trabajo por su condición autoformativa, son de fácil comprensión para que los tutores puedan apoyar a los educandos a que ejerciten lo suficiente y cumplan con el desarrollo de las actividades propuestas. Se trata de que los docentes, al verificar el cumplimiento del desarrollo de las actividades propuestas, confirmen y certifiquen el logro de los aprendizajes de los educandos, conforme al plan de Estudios del Bachillerato en Ciencias y Humanidades.

Finalmente, con este recurso de apoyo a los aprendizajes de los educandos, se espera contribuir a que alcancen la madurez necesaria para seleccionar la carrera universitaria, conforme a su vocación, y así logren desempeñarse profesionalmente con éxito a lo largo de su vida y hagan contribuciones al desarrollo humano a nivel familiar, sociocultural y económico de nuestro país.

Secretaría de Estado en el Despacho de Educación

GENERALIDADES DE LOS CUADERNOS DE TRABAJO PARA EDUCANDOS DEL BACHILLERATO EN CIENCIAS Y HUMANIDADES DE LA MODALIDAD EDUCACIÓN EN CASA



La oferta académica que ofrece el sistema educativo de Honduras, incluye el Bachillerato en Ciencias y Humanidades (BCH), el cual pretende que el educando independientemente de la modalidad o forma de entrega en la cual participe, alcance la madurez necesaria para seleccionar la carrera conforme a su vocación y desempeñarse con éxito durante la realización de sus estudios universitarios.

Una de las modalidades que desarrolla el BCH es la de Educación en Casa, la cual ofrece servicios educativos de calidad, personalizados en el contexto del hogar y certificados en los centros educativos de la zona.

¿CUÁL ES EL PROPÓSITO DE LOS CUADERNOS DE TRABAJO DEL BCH PARA LA MODALIDAD DE EDUCACIÓN EN CASA?

El propósito de los Cuadernos de Trabajo del BCH-EC, es contribuir a que las y los educandos logren sus aprendizajes de manera práctica y efectiva. Asimismo, que las y los tutores puedan efectuar el acompañamiento a los educandos de manera precisa, para garantizar el desarrollo de las experiencias de aprendizaje propuestas, y que ejerciten lo suficiente, para asegurar el logro de los aprendizajes esperados.

En cuanto a las y los docentes, se espera que los Cuadernos de Trabajo sirvan de referencia para conocer las experiencias de aprendizaje que han desarrollado los educandos y que puedan verificar su calidad en los cuadernos de notas y en el Portafolio. Representan un insumo para otorgar la certificación de los aprendizajes de cada educando con impacto en su promoción de un grado al otro, hasta graduarse como Bachiller en Ciencias y Humanidades.

El propósito es también, continuar con el fortalecimiento del sistema de apoyo al desarrollo curricular de los procesos de enseñanza aprendizaje del décimo y undécimo grado del Bachillerato en Ciencias y Humanidades del Nivel de Educación Media.

¿QUÉ OTRAS CAPACIDADES SE DESARROLLAN CON LOS CUADERNOS DE TRABAJO DEL BCH PARA LA MODALIDAD DE EDUCACIÓN EN CASA?



CAPACIDADES	
• Generar nuevos aprendizajes a partir de los saberes previos. • Crear relaciones con su entorno. • Reflexionar para la toma de decisiones. • Abstraer información del contexto. • Recoger nueva información desde la lectura.	• Reconstruir la información. • Comprender y explicar su propia realidad. • Demostrar el aprendizaje en circunstancias reales. • Predecir un desenlace. • Concluir sobre hechos reales.

¿CÓMO ESTÁN ORGANIZADOS LOS CUADERNOS DE TRABAJO DEL BCH PARA LA MODALIDAD DE EDUCACIÓN EN CASA?

Los Cuadernos de Trabajo se inscriben en los logros de aprendizajes y contenidos del Plan de Estudio del BCH. Su organización, responde a una secuencia de experiencias de aprendizaje conectadas entre sí, agrupadas en fases o etapas propios del aprendizaje activo y participativo.

Se centran en las y los educandos del BCH de la Modalidad de Educación en Casa. A la vez, se caracterizan por los roles intransferibles que deben desempeñar las y los educandos, en diferentes momentos y con propósitos diversos. Su finalidad es presentar situaciones reales para que cada educando las desarrolle de manera autónoma en un clima centrado en el aprendizaje significativo.

La estructura y definición de cada una de sus partes es la siguiente:

- **NOMBRE DE LA UNIDAD O TEMA A DESARROLLAR.**

Se incluye el nombre de la Unidad o tema conforme al Plan de Estudios del BCH.

Instrucciones

En este apartado se invita a las y los educandos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestas en cada Cuaderno. Se incluye la competencia general de la unidad descrita en el plan de estudios del BCH. Al mismo tiempo, se destaca la importancia y necesidad de desarrollar esta competencia en la vida cotidiana.

Aprendizajes esperados

Corresponde a las competencias específicas nombradas como expectativas de logro en el Plan de estudios del BCH relacionadas con la unidad, pero de manera específica las que correspondan al contenido propuesto en el Cuaderno de Trabajo.

Explore sus aprendizajes previos

Tiene como propósito despertar en las y los educandos, el interés o la necesidad de aprender los saberes que se pretenden enseñar, explorar las ideas, experiencia y conocimientos previos que tienen sobre el tema a desarrollar, los cuales, sirven de anclaje/base para el proceso de construcción de nuevos saberes.

Se enfatiza en que todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento las y los educandos, tienen la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismos y a la vez demostrarse cuánto saben del tema que va a estudiar.

Construya sus nuevos aprendizajes

Tiene la finalidad de proponer a las y los educandos, nuevas experiencias de aprendizaje que vinculen sus conocimientos y experiencias previas, con nuevos saberes, y que, al vincularlos con situaciones problemáticas de contextos reales, cobren significado y den cumplimiento a los logros esperados.

En esta etapa se enfatiza que los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días y que tenemos derecho a rectificar. Es este momento las y los educandos tienen la oportunidad de reflexionar sobre lo que respondieron en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos habilidades, ideas, creencias y concepciones sobre el tema a desarrollar.

Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, actuales y mejores conocimientos con aplicación para la vida.

Aplice sus nuevos aprendizajes

El propósito es que los educandos desde su mismo ejercicio práctico confirmen la importancia de adquirir nuevos aprendizajes por su aplicación real en la vida diaria. Durante esta etapa los educandos con el desarrollo de diferentes actividades tienen la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Es el momento en el que el educando recapitula los aprendizajes logrados desde el inicio y los aplica en una situación de la vida diaria.

Consolide lo aprendido

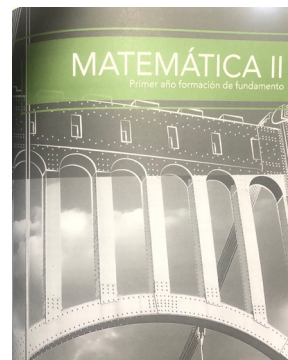
Tiene el propósito de desarrollar otras actividades y acciones que amplíen y refuercen los aprendizajes propuestos ya que puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, por lo tanto, se trata de afianzar el saber nuevo.

Autovalore lo aprendido

La finalidad es integrar el conjunto de actividades realizadas por los educandos para confirmar si los saberes logrados son superiores a los que tenían al principio del desarrollo del Cuaderno de Trabajo. En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuánto ha aprendido. Reflexiona individualmente sobre su desempeño o de regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado.

¿QUÉ DEBE SABER EL EDUCANDO ACERCA DE LOS CUADERNOS DE TRABAJO DEL BCH PARA LA MODALIDAD DE EDUCACIÓN EN CASA?

- Son instrumentos de aprendizaje de uso frecuente.
- Son reusables, por tanto, el desarrollo de las actividades de aprendizaje debe hacerse en su cuaderno de notas.
- Apoyan el logro de sus aprendizajes.
- Son complementarios a los libros de texto del IHER.
- Sus contenidos están directamente relacionados con los libros y el Plan de Estudios del BCH.
- Contiene experiencias de aprendizaje organizadas en etapas y momentos.
- Son importantes para afianzar sus aprendizajes correspondientes a su año de estudio.
- Son autoformativos, ya que las instrucciones son claras y precisas para comprender por sí mismo el propósito de cada experiencia de aprendizaje.
- Le ofrecen la oportunidad de autovalorar el logro de sus aprendizajes durante el proceso.
- Son útiles para la autoretroalimentación, permitiéndose demostrar a sí mismo lo que sabe.
- Sirven de evidencia a sus tutores y docentes para demostrarles el logro de sus aprendizajes.
- Contribuyen con su formación integral, al desarrollar las actividades de aprendizaje de manera consciente de que usted es responsable directo de sus propios aprendizajes.
- Durante su uso se espera que practique valores de respeto, honestidad y solidaridad en el cuidado de los Cuadernos, para que puedan servir a otras generaciones de estudiantes.



¿QUÉ DEBEN SABER LOS TUTORES ACERCA DE LOS CUADERNOS DE TRABAJO DEL BCH PARA LA MODALIDAD DE EDUCACIÓN EN CASA?

- Cada educando cuenta con los Cuadernos de Trabajo de las diferentes áreas curriculares y campos de formación.
- Son reusables, por tanto, los educandos deben hacer los ejercicios en su cuaderno de notas.
- Representan una evidencia para consignar en el portafolio de cada educando, el desarrollo de las experiencias de aprendizaje relacionadas con los logros esperados.
- Forman parte del plan de trabajo de las y los educandos previsto por los docentes.
- Amplían y complementan la gama de ejercicios de los textos elaborados por el IHER.
- Fortalecen los aprendizajes de los educandos.
- Facilitan al tutor el acompañamiento a los educandos para asegurar el desarrollo de actividades específicas y verificar los resultados precisos para ofrecer la retroalimentación necesaria.
- Son una referencia para verificar el logro de los aprendizajes propuestos en el Plan de Estudios del BCH.

¿QUÉ DEBEN SABER LOS DOCENTES ACERCA DE LOS CUADERNOS DE TRABAJO DEL BCH PARA LA MODALIDAD DE EDUCACIÓN EN CASA?

- Son parte del plan de trabajo de los educandos que estudian en la Modalidad de Educación en Casa.
- Son complementarios a los textos del IHER, le dan un valor agregado en cuanto a que actualizan los ejercicios de los textos y amplían su sentido práctico.
- Los aprendizajes esperados y los contenidos están directamente relacionados con el Plan de Estudios del BCH.
- Contribuyen a la mejora de la calidad del servicio educativo de la Modalidad de Educación en Casa, por el apoyo que ofrecen para que el aprendizaje sea efectivo.
- Pretenden que el educando, resuelva y aprenda de manera autónoma y para la vida, ya que los ejercicios, textos y situaciones de análisis son parte de la realidad de los educandos.
- Se incentiva al educando a privilegiar el aprendizaje por encima de la calificación, sin menoscabo de que la calificación es un criterio de aprobación y promoción.
- Contribuyen a la formación integral, en correspondencia con el perfil de egreso descrito en el Plan de Estudios del BCH.
- Le facilitan al docente verificar en el portafolio, el cumplimiento de las asignaciones y la calidad de los resultados para ofrecer la retroalimentación necesaria.
- Son una referencia para verificar el logro de los aprendizajes propuestos fundamentalmente para acreditar el logro de las competencias descritas en el Plan de Estudios del BCH.

¿CUÁL ES EL ROL DE LOS TUTORES Y DOCENTES, PARA LOGRAR UN MÁXIMO PROVECHO DE LOS CUADERNOS DE TRABAJO BCH, PARA LA MODALIDAD DE EDUCACIÓN EN CASA?

El uso de los Cuadernos de Trabajo BCH, como estrategia metodológica de enseñanza y aprendizaje depende fundamentalmente del grado de comprensión e importancia que tutores y docentes les asignen durante su desarrollo. Se propone que las actividades a desarrollar por parte de ambos se agrupan en tres momentos:

1. Actividades previas al uso de los Cuadernos de Trabajo:

- Analice, con detenimiento y anticipación, cada Cuaderno para lograr la comprensión de los mismos.
- Lea con atención las intencionalidades de los Cuadernos, descrita en este apartado.
- Haga un resumen, de los temas estudiados el mes anterior, con énfasis en los relacionados a los saberes incluidos en el Cuaderno, para que la pueda utilizar como un instrumento de reforzamiento de aprendizajes.

2. Actividades durante el uso del Cuaderno de Trabajo:

- Explique las intencionalidades del Cuaderno.
- Describa los aprendizajes esperados.
- Estimule los conocimientos previos de las y los educandos.
- Explique cómo se desarrollarán las actividades, es decir, los períodos en los cuáles se realizará la actividad, formas de interacción y responsabilidades individuales.
- Brinde ayuda continua a las y los educandos, para contribuir a resolver sus dudas.

- Coordine, supervise y oriente oportunamente el desarrollo de las actividades.
- Propicie en todo momento el diálogo y la comunicación, el respeto, la confianza y la cordialidad.
- Provoque en las y los educandos, durante el proceso la práctica de actitudes deseables que hagan posible un desempeño honesto y efectivo.

3. Actividades de cierre y valoración de logros:

- Provoque en las y los educandos la reflexión con nuevas preguntas.
- Ayude a afianzar, profundizar, rectificar y ratificar el aprendizaje.
- Respalde los aportes y la creatividad.
- Facilite los aprendizajes con un acompañamiento concreto y breve, al aclarar y responder las preguntas de los educandos.
- Escuche las valoraciones que hace el educando respecto a su desempeño para los logros de sus aprendizajes.



INTRODUCCIÓN AL CUADERNO DE TRABAJO DE MATEMÁTICA II PARA EDUCANDOS DEL BACHILLERATO EN CIENCIAS Y HUMANIDADES DE LA MODALIDAD EDUCACIÓN EN CASA

La educación es un factor clave para el desarrollo de las personas, y es fundamental para la concreción de las grandes finalidades de un país. Por tanto, su logro es una responsabilidad compartida entre sectores y actores, uno de ellos son los estudiantes.

El sistema educativo hondureño, como respuesta, contempla en su oferta educativa el Bachillerato en Ciencias y Humanidades (BCH) como un espacio de formación integral para las y los jóvenes que egresen del nivel de Educación Media para continuar estudios en el nivel de Educación Superior.

En este sentido, el plan de estudios del BCH, incluye diferentes bloques de formación, al igual que áreas curriculares con los respectivos campos del conocimiento en el orden científico, tecnológico y social, pertinentes a la continuación de los estudios universitarios.

Es importante hacer mención que los Cuadernos del área curricular de Matemática se elaborarán tomando en consideración las Programaciones Educativas oficializadas mediante Oficio Circular No 046-SSATP-SE-2020.

En este compendio de saberes, se incluye el Área de Matemática, en varios niveles y campos de estudio. El **Cuaderno de Trabajo de Matemática II**, tiene el propósito de desarrollar en los educandos, la capacidad para racionalizar radicales. Este proceso es muy útil para simplificar la resolución de problemas matemáticos que involucran fracciones.

De igual importancia, se desarrollará la capacidad para resolver ecuaciones e inecuaciones lineales en una sola variable, encontrar la solución de ecuaciones cuadráticas en una sola variable, resolver problemas con medidas en radianes, relacionados con el desplazamiento angular, velocidad angular y lineal, al igual que otros conceptos relativos al movimiento circular uniforme.

Por otro lado, incluye experiencias de aprendizaje para desarrollar la capacidad de resolver problemas de aplicación de triángulos rectángulos, relacionados con conceptos geométricos, con ángulos de elevación, depresión rumbos, y para realizar operaciones con el álgebra de matrices.

“LA MATEMÁTICA LE PERMITE SER MÁS PACIENTE Y MÁS RIGUROSO”



UNIDAD I

FUNCIONES POLINÓMICAS

FUNCIONES LINEALES

Instrucciones

Estimados/as educandos.

A continuación, le invitamos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestas en este Cuaderno, con las que podrán desarrollar su capacidad para resolver funciones lineales

Aprendizajes esperados

Resolver funciones lineales.

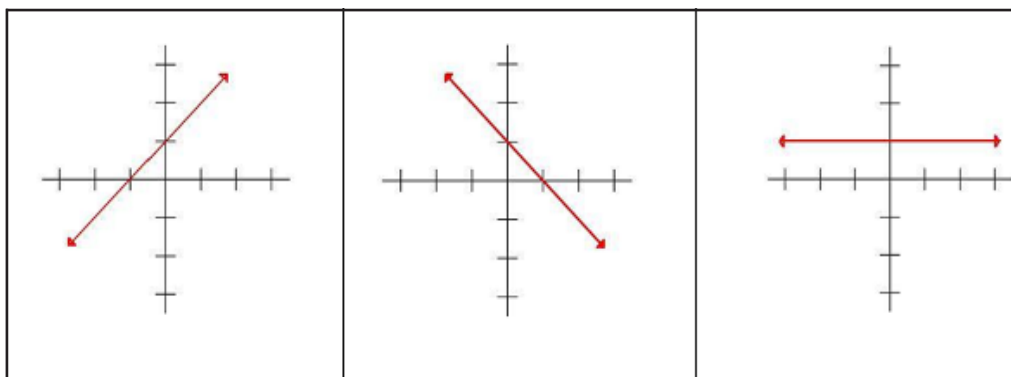
Explore sus aprendizajes previos

Todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento usted tiene la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismo y a la vez demostrarse cuanto sabe del tema que va a estudiar.

Actividades a desarrollar:

1. Responda las siguientes preguntas

- ¿Puede dar nombre a la siguiente grafica? _____



- ¿Sabe que función es la que genera este tipo de gráficas? _____

Construya sus nuevos aprendizajes

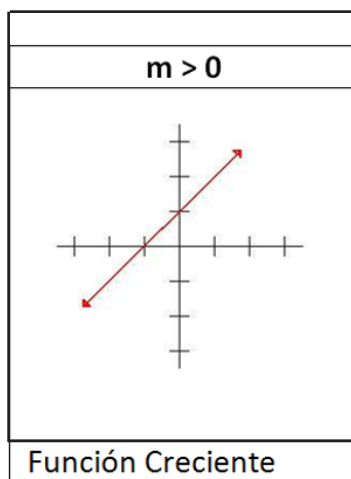
Los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días. En este momento tiene la oportunidad de reflexionar sobre lo que usted respondió en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos, habilidades, ideas, creencias y concepciones que tenía sobre el tema a desarrollar. Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, nuevos y mejores comportamientos que lo harán una persona con buenas prácticas para la vida.

$y = mx + b$ DEFINICIÓN

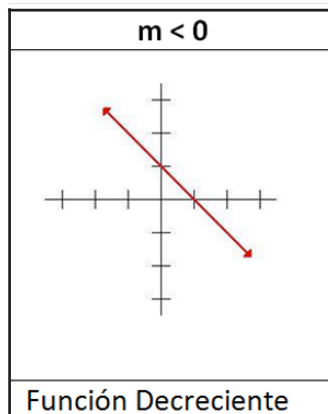
Las funciones lineales son aquellas funciones que tienen la forma $y = mx + b$, que también se pueden escribir de la forma $f(x) = mx + b$. Donde m es la pendiente de la recta y b es el intercepto con el eje Y.

Por ejemplo, son funciones lineales

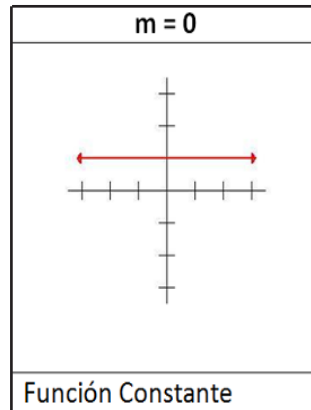
1. $f(x) = 3x + 2$, pendiente $m = 3$, como la pendiente es mayor que cero, su grafica sería de la siguiente forma:



2. $g(x) = -x + 7$, pendiente $m = -1$, como la pendiente es menor que cero, su grafica sería de la siguiente forma:



3. $h(x) = 4$, pendiente $m=0$, como la pendiente es cero, su grafica estaría de la siguiente forma:



Grafiquemos funciones lineales

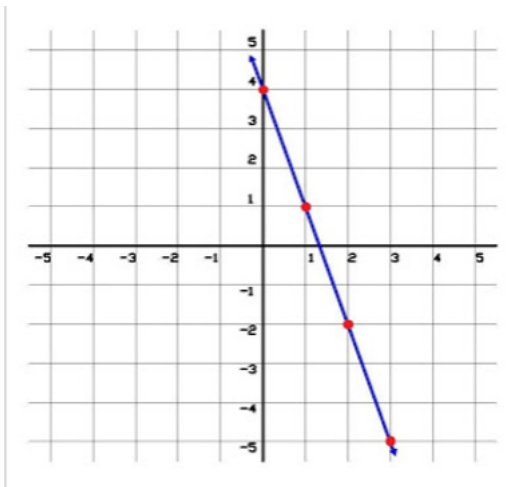
1. Cuando tenemos la ecuación de la recta

$$y = -3x + 4$$

Realizar una tabla, dando valores a x y obteniendo valores para y

x	$y = -3x + 4$
0	4
1	1
2	-2
3	-5

Ahora se ubican los puntos en el plano cartesiano.



2. Si tenemos dos puntos de la recta, podemos calcular la expresión algebraica de la función. Sólo tenemos que sustituir las coordenadas de los puntos en la forma general de la función y resolver .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo: Calcular la función lineal que pasa por los puntos $P_1=(1,2)$ y $P_2=(2,7)$.

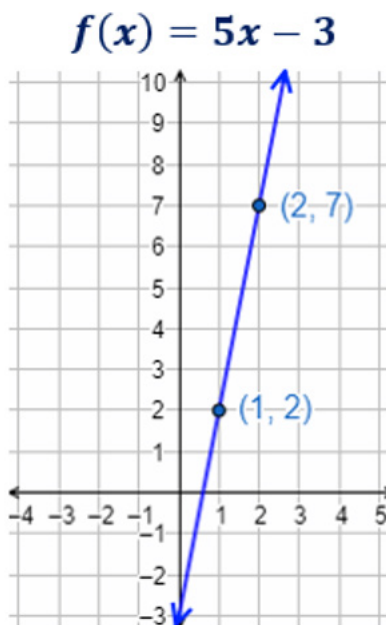
$$m = \frac{7-2}{2-1} = 5$$

Ahora calculemos b: $y=5x+b$, tomando el punto $(1,2)$ y sustituyendo

$$y=5x+b = 2=5(1)+b \text{ despejo para } b, \text{ y queda } b = -3$$

Sustituyendo en la ecuación de la recta $y=mx+b$, tenemos que la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1,2)$ y $(2,7)$ es $y=5x-3$

La grafica de la recta que pasa por los puntos $(1,2)$ y $(2,7)$ sería.



Aplique sus nuevos aprendizajes

Durante el desarrollo de las siguientes actividades tiene la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Apóyese en la información recabada durante el inicio y en el desarrollo del proceso.

Actividades a desarrollar:

1. Resuelva lo que a continuación se le solicita
 - Calcular el valor de la pendiente de la recta que pasa por los puntos
 - a) $(-3,2)$ y $(2,2)$
 - b) $(-3,1)$ y $(3,2)$
 - c) $(1, 1)$ y $(4, 1)$

- La recta que pasa por los puntos $(-5, -5)$ y $(-5, 0)$ ¿es una recta horizontal, vertical, ascendente o descendente?
- Graficar las siguientes funciones
 - a) $y = 3/2x + 1$
 - b) $y = 4x - 1$
 - c) $y = -2x + 5$

Consolide lo aprendido

Tomando en consideración que ha construido nuevos aprendizajes, pero también puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, desarrolle las siguientes actividades para afianzarlos. También en su libro cuenta con información valiosa.

Actividades a desarrollar:

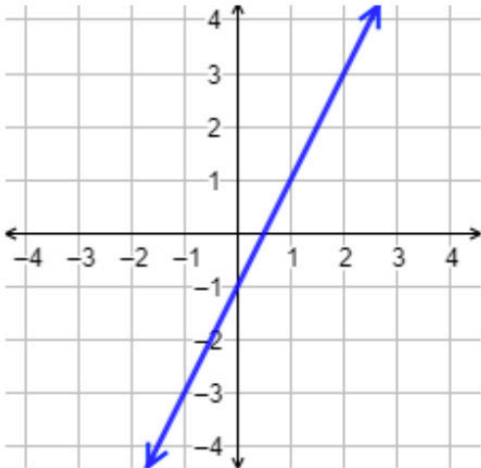
1. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos
 - a) $(2, 4)$ y $(5, 1)$
 - b) $(-2, 4)$ y $(5, 1)$
 - c) $(0, 0)$ y $(2, 4)$
2. En el siguiente cuadro, marca con una X las que son funciones lineales.

Función	Lineal
$f(x) = 2x + 2$	
$f(x) = -2x$	
$y = x$	
$y = 3$	
$f(x) = x^2 - 4$	
$f(x) = (x + 1)(x - 1)$	

3. Grafique las siguientes funciones
 - a) $y = 2x - 1$
 - b) $y = 2x$
 - c) $y = -2x - 1$
 - d) $y = -3/4x - 1$

Autovalore lo aprendido

En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuanto ha aprendido. Reflexione individualmente sobre su desempeño. Es posible que necesite regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado. A continuación, se presentan algunas preguntas, usted responderá tomando en consideración una de las tres opciones de respuesta: Siempre, Algunas Veces, Nunca. Este ejercicio NO es para sumar a la calificación.

PREGUNTA	OPCIONES DE RESPUESTA		
	Siempre	Algunas veces	Nunca
¿Soy capaz de identificar la pendiente de la recta y explicar por qué la gráfica tiene esa dirección? $f(x) = 2x - 1$ 			
¿Soy capaz de escribir la fórmula de la pendiente?			
¿Soy capaz de graficar $y=2x$?			



FUNCIONES CUADRÁTICAS

Instrucciones

Estimados/as educandos.

A continuación, le invitamos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestas en este Cuaderno, con las que podrán desarrollar su capacidad para resolver funciones cuadráticas. Siempre considere trabajar en su cuaderno de notas.

Aprendizajes esperados

Resolver funciones cuadráticas.

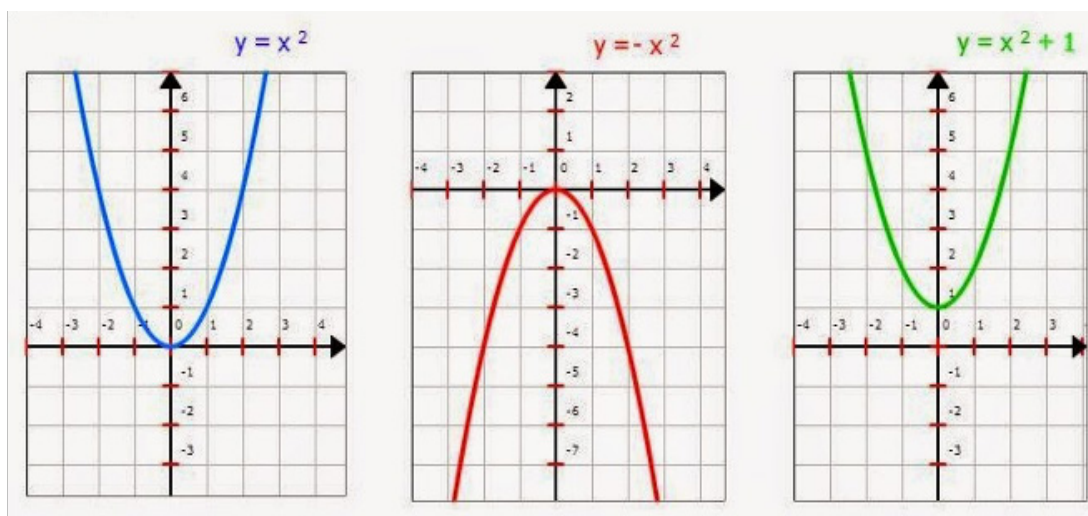
Explore sus aprendizajes previos

Todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento usted tiene la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismo y a la vez demostrarse cuanto sabe del tema que va a estudiar.

Actividades a desarrollar:

1. Responda las siguientes preguntas

- ¿Puede dar nombre a la siguiente grafica? _____



- ¿Sabe que función es la que genera este tipo de gráficas? _____

Construya sus nuevos aprendizajes

Los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días. En este momento tiene la oportunidad de reflexionar sobre lo que usted respondió en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos, habilidades, ideas, creencias y concepciones que tenía sobre el tema a desarrollar. Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, nuevos y mejores comportamientos que lo harán una persona con buenas prácticas para la vida.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ DEFINICIÓN

Una función cuadrática (o parabólica) es una función polinómica de segundo grado. Es decir, tiene la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Siendo $a \neq 0$. Esta forma de escribir la función se denomina forma general.

Las parábolas tienen forma de U (si $a > 0$) o de $\cap$ (si $a < 0$). Además de la orientación, el coeficiente a es la causa de la amplitud de la función: cuanto mayor es $|a|$, más rápido crece (o decrece) la parábola, por lo que es más cerrada.

Vértice: El vértice es el punto más alto o más bajo de la curva, dependiendo si la U se abre hacia arriba o hacia abajo. En el caso de que la parábola abra hacia arriba, el vértice será su punto más bajo; y una parábola que abre hacia abajo, tendrá un vértice en su punto más alto.

La primera coordenada del vértice es:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Y la segunda coordenada es su imagen:

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

Calculamos el vértice de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$

Identificamos los coeficientes:

$$a = -2$$

$$b = 3$$

$$c = 0$$

Como a es negativo, la parábola tiene forma de $\cap$. El vértice es un máximo.

La primera coordenada del vértice es:

$$\begin{aligned}x &= -\frac{b}{2a} = \\&= -\frac{3}{2 \cdot (-2)} = \\&= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

Calculamos la segunda coordenada:

$$\begin{aligned}f\left(\frac{3}{4}\right) &= -2\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{4} = \\&= -2 \cdot \frac{9}{16} + \frac{9}{4} = \\&= -\frac{9}{8} + \frac{9}{4} = \frac{9}{8}\end{aligned}$$

Por tanto, el vértice es el punto $\left(\frac{3}{4}, \frac{9}{8}\right)$

Intersectos en el eje X e Y

Una parábola siempre corta el eje de ordenadas (eje Y) en un punto. Como esto ocurre cuando $x=0$, se trata del punto $(0,c)$ puesto que $f(0) = cf(0) = c$.

Una función corta al eje de abscisas cuando $y=0$. Por tanto, para hallar estos puntos de corte, tenemos que resolver una ecuación cuadrática:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Como una ecuación cuadrática puede tener una, dos o ninguna solución, puede haber uno, dos o ningún punto de corte con el eje X.

La fórmula que necesitamos es la de la cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Usar el vértice y el eje de simetría para graficar $y=2x^2+2x-12$

1. Como el coeficiente x^2 es positivo, la parábola abre hacia arriba
2. Para encontrar el vértice, encontrar los valores de a y b . Son los coeficientes de los términos x^2 y x cuando la ecuación cuadrática se escribe en su forma estándar

$$y=2x^2+2x-12$$

$$a = 2$$

$$b = 2$$

3. Encontrar la coordenada x del vértice sustituyendo los valores de a y b en la fórmula del vértice.

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = \frac{2}{2 \cdot 2} = \frac{-1}{2} = -0.5$$

4. Encontrar la coordenada y del vértice sustituyendo el valor de x en la ecuación original.

$$y = 2(-0.5)^2 + 2(-0.5) - 12$$

$$y = 2(0.25) - 1 - 12$$

$$y = 0.50 - 1 - 12$$

$$y = -12.5$$

5. Encontrar los intersecciónes de x.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(2)(-12)}}{2 \cdot 2}$$

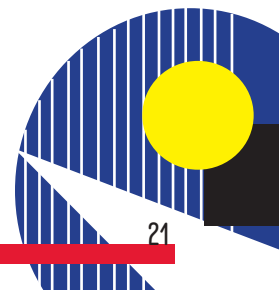
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{4}$$

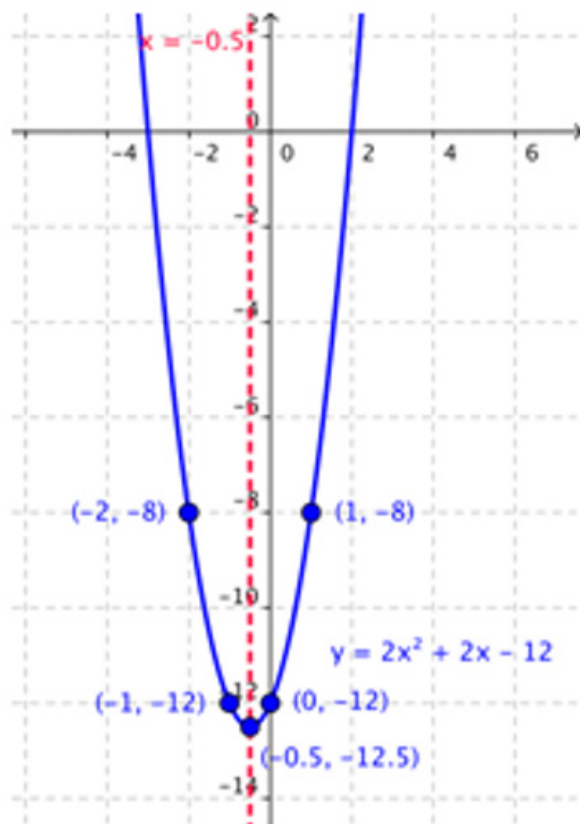
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{4} \quad x_1 = \frac{-2 + \sqrt{100}}{4} = \frac{-2 + 10}{4} = 2 \quad x_2 = \frac{-2 - \sqrt{100}}{4} = \frac{-2 - 10}{4} = -3$$

Los intersecciónes en x son en (2,0), (-3,0)

6. Hacer una tabla de valores para marcarlos en la gráfica, es decir darle valores a x en $y = 2x^2 + 2x - 12$

Cuando x vale	Entonces y vale
1	-8
0	12
-1	-12
-2	-8





Aplique sus nuevos aprendizajes

Durante el desarrollo de las siguientes actividades tiene la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Apóyese en la información recabada durante el inicio y en el desarrollo del proceso.

Actividades a desarrollar:

1. En su cuaderno de notas de respuesta a las siguientes interrogantes.
 - ¿Cuál de las siguientes ecuaciones cuadráticas es una parábola que abre hacia abajo?
 - a. $y = 3x^2 - 4x - 2$
 - b. $y = -0.25x^2 + 4$
 - c. $y = 999x^2 - 888x + 777$
 - d. $y = -(x+2)(x+3)$
 - Encuentre el vértice, intersección en x e y, haga tabla de valores y grafique las siguientes funciones cuadráticas.
 - a. $y = 4x^2 + 4x - 8$
 - b. $y = -3x^2 + 6x + 5$

- En su cuaderno de notas represente gráficamente las funciones cuadráticas.
 - $y = -x^2 + 4x - 3$
 - $y = x^2 + x + 1$
 - $y = x^2 + 2x + 1$

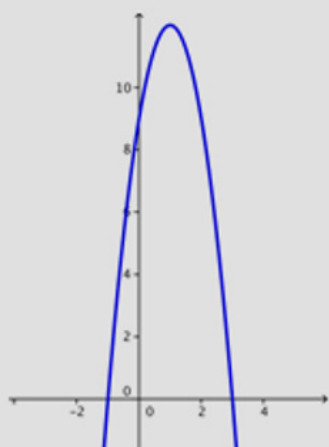
Consolide lo aprendido

Tomando en consideración que ha construido nuevos aprendizajes, pero también puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, desarrolle las siguientes actividades para afianzarlos. También en su libro cuenta con información valiosa.

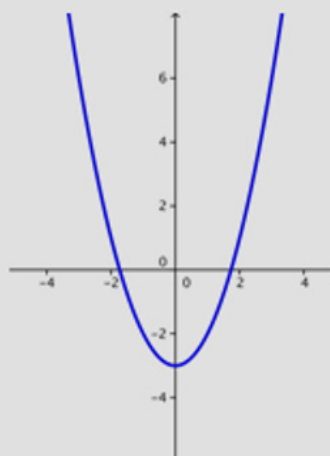
Actividades a desarrollar:

1. ¿Cuál de las siguientes gráficas podrían representar la parábola dada por la ecuación cuadrática $y=2(x-3)(x+1)$?

A)



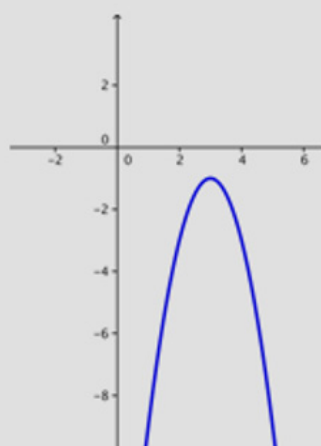
B)



C)



D)



Autovalore lo aprendido

En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuanto ha aprendido. Reflexione individualmente sobre su desempeño. Es posible que necesite regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado. A continuación, se presentan algunas preguntas, usted responderá tomando en consideración una de las tres opciones de respuesta: Siempre, Algunas Veces, Nunca. Este ejercicio NO es para sumar a la calificación.

PREGUNTA	OPCIONES DE RESPUESTA		
	Siempre	Algunas veces	Nunca
¿Soy capaz identificar hacia dónde va la parábola de ésta función cuadrática? $y = -2x^2 + 6x + 5$			
¿Soy capaz de encontrar el vértice de ésta función cuadrática? $y = x^2 - x - 2$			
¿Soy capaz de encontrar los intersección en x de ésta función cuadrática? $y = x^2 - x - 3$			

UNIDAD II

FUNCIONES RACIONALES Y ESPECIALES

FUNCIONES RACIONALES

Instrucciones

Estimados/as educandos.

A continuación, le invitamos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestas en este Cuaderno, con las que podrán desarrollar su capacidad para graficar funciones racionales.

Aprendizajes esperados

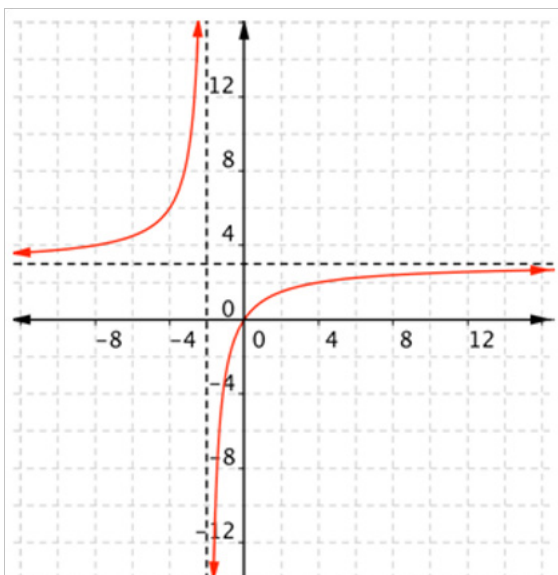
Graficar funciones racionales.

Explore sus aprendizajes previos

Todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento usted tiene la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismo y a la vez demostrarse cuanto sabe del tema que va a estudiar.

Actividades a desarrollar:

1. Responda las siguientes preguntas



- ¿Identifica usted a qué función pertenece esta gráfica? _____
- ¿Puede encontrar los valores de las asíntotas?

Construya sus nuevos aprendizajes

Los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días. En este momento tiene la oportunidad de reflexionar sobre lo que usted respondió en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos, habilidades, ideas, creencias y concepciones que tenía sobre el tema a desarrollar. Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, nuevos y mejores comportamientos que lo harán una persona con buenas prácticas para la vida.

DEFINICIÓN

Funciones racionales

Una función racional está definida como el cociente de polinomios en los cuales el denominador tiene un grado de por lo menos 1.

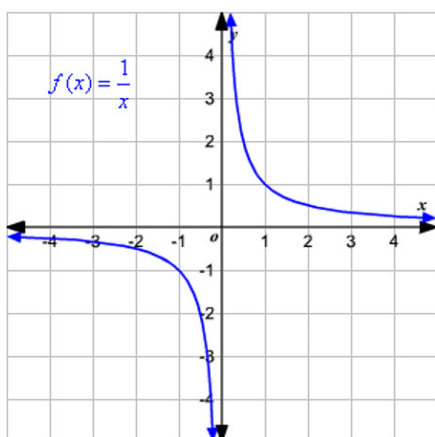
En otras palabras, debe haber una variable en el denominador.

La forma general de una función racional es $\frac{p(x)}{q(x)}$, donde $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios y $q(x) \neq 0$.

Ejemplo de funciones Racionales

$$1. y = \frac{3}{x} \quad 2. y = \frac{2x+1}{x+5} \quad 3. y = \frac{1}{x^2}$$

La función padre de una función racional es $f(x) = \frac{1}{x}$ y la gráfica es una hipérbola.



El dominio y rango es el conjunto de todos los números reales excepto 0.

$$\text{Dominio : } \{x | x \neq 0\}$$

$$\text{Rango : } \{y | y \neq 0\}$$

Valor excluido

En una función racional, un valor excluido es cualquier valor de x que hace al valor de la función y no definido. Así, estos valores deben ser excluidos del dominio de la función.

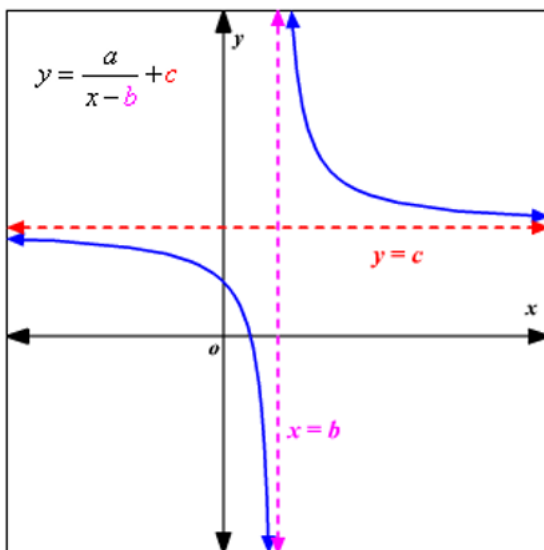
Por ejemplo, el valor excluido de la función $y = \frac{2}{x+3}$ es -3 . Esto es, cuando $x = -3$, el valor de y no está definido.

Así, el dominio de esta función es el conjunto de todos los números reales excepto -3 .

Asíntotas

Una asíntota es una recta que se acerca a la gráfica de la función, pero nunca la toca. En la función padre $f(x) = \frac{1}{x}$, tanto los ejes x y y son asíntotas. La gráfica de la función padre se acercará más y más pero nunca tocará las asíntotas.

Una función racional de la forma $y = \frac{a}{x-b} + c$ tiene una asíntota vertical en el valor excluido, o $x=b$, y una asíntota horizontal en $y=c$.



Ejemplo 1:

Grafique, encuentre el dominio, el rango y asíntotas de las siguientes funciones racionales.

1. $y = \frac{3}{x}$

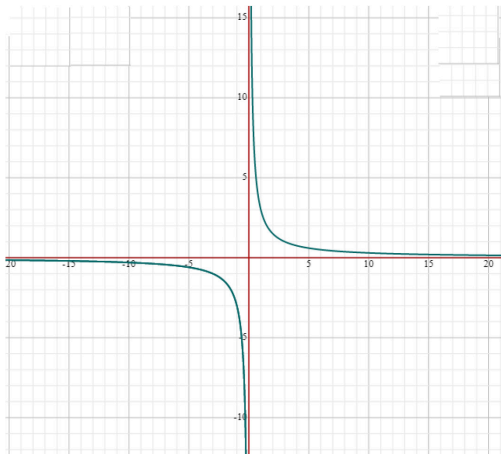
Valor excluido $x=0$

Para graficar haremos una tabla de valores →

Cuando x vale	Entonces y vale
-15	-0.2
-10	-0.3
-5	-0.6
5	0.6
10	0.3
15	0.2

Asíntotas de $\frac{3}{x}$: Vertical: $x = 0$, Horizontal: $y = 0$

Ahora grafiquemos



Domínio : $\{x | x \neq 0\}$

Rango : $\{y | y \neq 0\}$

Ejemplo 2: $y = \frac{2x+1}{x+5}$

Valor excluido $x = -5$

Para graficar haremos una tabla de valores →

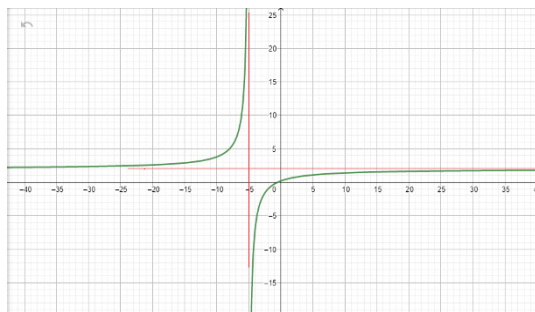
Asíntotas

Vertical: es donde el denominador se hace cero, en este caso igualamos $x+5=0$ despejamos para x y nos queda $x=-5$

Horizontal: existe cuando el grado del numerador es menor o igual que el grado del denominador, en este caso el grado es igual, ahora tomamos los coeficientes de las variables $2x$ del numerador y x del denominador, no queda 2 y 1 y dividido $2/1=2$. Por lo tanto la asíntota horizontal es 2 .

Ahora grafiquemos

Cuando x vale	Entonces y vale
-15	2.9
-10	3.8
-5	Asíntota
5	1.1
10	1.4
15	1.55



El **dominio** es todos los números reales excepto el -5 y el **rango** es todos los números reales excepto el 2 .

Aplique sus nuevos aprendizajes

Durante el desarrollo de las siguientes actividades tiene la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Apóyese en la información recabada durante el inicio y en el desarrollo del proceso.

Actividades a desarrollar:

1. Grafique, encuentre el dominio, el rango y asíntotas de las siguientes funciones racionales.
 - $y = \frac{3}{x-4}$
 - $y = \frac{x-3}{x+1}$
 - $y = \frac{2x-5}{x-2}$
 - $y = \frac{-1}{x+2}$

Consolide lo aprendido

Tomando en consideración que ha construido nuevos aprendizajes, pero también puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, desarrolle las siguientes actividades para afianzarlos. También en su libro cuenta con información valiosa.

Actividades a desarrollar:

1. Grafique, encuentre el dominio, el rango y asíntotas de las siguientes funciones racionales.
 - $y = \frac{2+x}{x-3}$
 - $y = \frac{2(x-1)}{x-1}$
 - $y = \frac{x+1}{x-1}$
 - $y = \frac{2(x-1)}{x-3}$

Autovalore lo aprendido

En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuanto ha aprendido. Reflexione individualmente sobre su desempeño. Es posible que necesite regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado. A continuación, se presentan algunas preguntas, usted responderá tomando en consideración una de las tres opciones de respuesta: Siempre, Algunas Veces, Nunca. Este ejercicio NO es para sumar a la calificación.

PREGUNTA	OPCIONES DE RESPUESTA		
	Siempre	Algunas veces	Nunca
¿Soy capaz de hacer la gráfica de la siguiente función? $f(x) = \frac{1}{x}$			
¿Soy capaz de encontrar las asíntotas de la siguiente función? $f(x) = \frac{1}{x}$			
¿Soy capaz encontrar el rango y dominio de la siguiente función? $f(x) = \frac{1}{x}$			

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Instrucciones

Estimados/as educandos.

A continuación, le invitamos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestas en este Cuaderno, con las que podrán desarrollar su capacidad para graficar una funciones con valor absoluto.

Aprendizajes esperados

Resolver funciones valor absoluto.

Explore sus aprendizajes previos

Todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento usted tiene la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismo y a la vez demostrarse cuanto sabe del tema que va a estudiar.

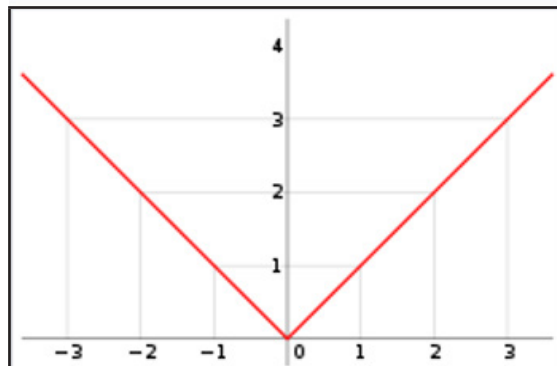
Actividades a desarrollar:

1. Responda las siguientes preguntas

- ¿Conoces este tipo de expresiones? _____

$$|x - 3|$$

- ¿Sabe que función es la que genera este tipo de gráficas? _____



Construya sus nuevos aprendizajes

Los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días. En este momento tiene la oportunidad de reflexionar sobre lo que usted respondió en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos, habilidades, ideas, creencias y concepciones que tenía sobre el tema a desarrollar. Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, nuevos y mejores comportamientos que lo harán una persona con buenas prácticas para la vida.

$f(x)=|x|$ DEFINICIÓN

Una función de valor absoluto es una función que contiene una expresión algebraica dentro de los símbolos de valor absoluto. Recuerde que el valor absoluto de un número es su distancia desde 0 en la recta numérica.

La función padre de valor absoluto, escrita como $f(x) = |x|$, está definida como:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

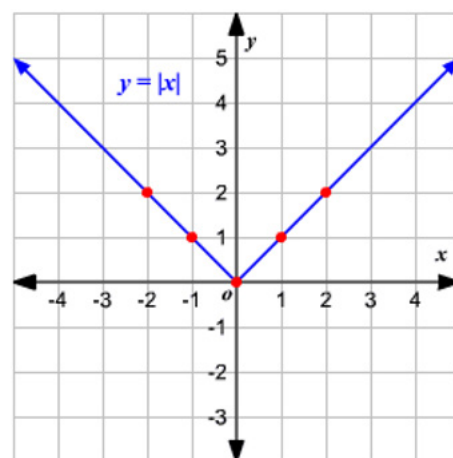
Ejemplo 1:

Para graficar una función de valor absoluto, escoja diferentes valores de x y encuentre algunas parejas ordenadas.

x	$y = x $
-2	2
-1	1
0	0
1	1
2	2

Grafique los puntos en un plano coordenado y únalos. Observe que la gráfica es de la forma V.

- El vértice de la gráfica es $(0, 0)$.
- El **eje de simetría** ($x = 0$ o eje de las y) es la recta que divide la gráfica en dos mitades congruentes.
- El dominio es el conjunto de todos los números reales.
- El rango es el conjunto de todos los números reales mayores que o iguales a 0. Expresado
- La **intercepción en x** y la **intercepción en y** ambas son 0.



Cambio Vertical

Para trasladar la función valor absoluto $f(x) = |x|$ verticalmente, puede utilizar la función $g(x) = f(x) + k$. Donde $k > 0$, la gráfica de $g(x)$ se traslada k unidades hacia arriba. O $g(x) = f(x) - k$.

Donde $k < 0$, la gráfica de $g(x)$ se traslada k unidades hacia abajo

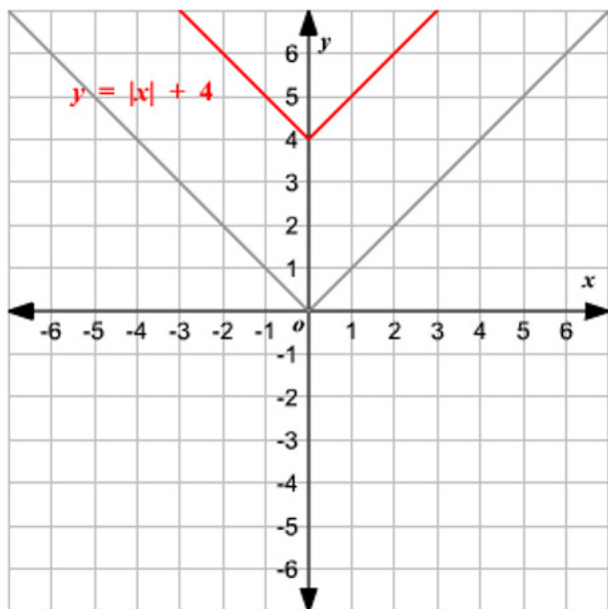
Ejemplo 2: $f(x) = |x| + 4$

Para graficar una función de valor absoluto, escoja diferentes valores de x y encuentre algunas parejas ordenadas.

x	y
-2	6
-1	5
0	4
1	5
2	6

Grafique los puntos en un plano coordenado y unálos

Observe el desplazamiento 4 unidades hacia arriba, en comparación con la original, con vértice (0,4)



- El eje de simetría ($x = 0$ o eje de las y) es la recta que divide la gráfica en dos mitades congruentes.
- El dominio es el conjunto de todos los números reales.
- El rango es el conjunto de todos los números reales mayores que o iguales a 4.
- La intercepción en x y la intercepción en $y = 4$, $x = 0$

Cambio Horizontal

Para trasladar la función valor absoluto $f(x) = |x|$ horizontalmente, puede utilizar la función $g(x) = f(x+k)$. Donde $k > 0$, la gráfica de $g(x)$ se traslada k unidades a la izquierda. O $g(x) = f(x-k)$. Donde $k < 0$, la gráfica de $g(x)$ se traslada k unidades a la derecha.

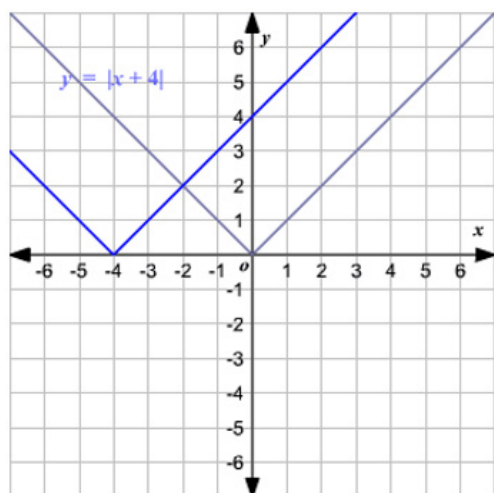
Ejemplo 3: $f(x) = |x+4|$

Para graficar una función de valor absoluto, escoja diferentes valores de x y encuentre algunas parejas ordenadas.

x	y
-5	1
-4	0
-3	1
-2	2
-1	3
0	4

Grafique los puntos en un plano coordenado y únalos

Observe el desplazamiento 4 unidades hacia la izquierda, en comparación con la original, con vértice $(-4,0)$



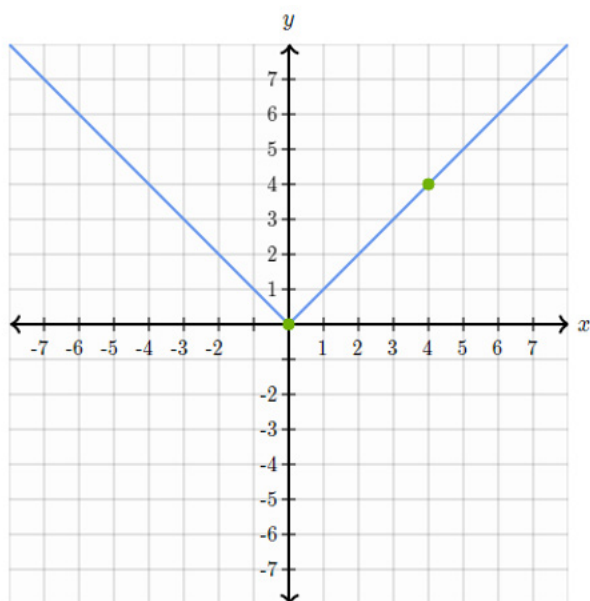
- El **eje de simetría** ($x = -4$ y) es la recta que divide la gráfica en dos mitades congruentes.
- El dominio es el conjunto de todos los números reales.
- El rango es el conjunto de todos los números reales mayores que o iguales a 0.
- La **intercepción en x** y la $y=0$ y $x=-4$.

Aplique sus nuevos aprendizajes

Durante el desarrollo de las siguientes actividades tiene la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Apóyese en la información recabada durante el inicio y en el desarrollo del proceso.

Actividades a desarrollar:

- Haga una gráfica para representar las siguientes funciones, encuentre el vértice, rango domino, eje de simetría, intersecciones en x, y :
 - $f(x) = |x + 1|$
 - $f(x) = |x - 3|$
 - $f(x) = |x| + 7$
 - $f(x) = |x| - 2$
- En la siguiente grafica identifica el vértice, rango domino, eje de simetría, intersecciones en x, y :



Consolide lo aprendido

Tomando en consideración que ha construido nuevos aprendizajes, pero también puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, desarrolle las siguientes actividades para afianzarlos. También en su libro cuenta con información valiosa.

Actividades a desarrollar:

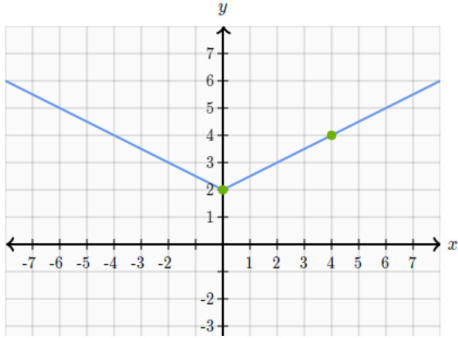
- haga una gráfica para representar las siguientes funciones:
 - $f(x) = |x + 3|$
 - $f(x) = |x - 1|$
 - $f(x) = |x| - 5$
 - $f(x) = |x| + 5/3$
 - $f(x) = 2|x + 3| + 2$

2. Dada la siguiente tabla de valores grafica $f(x) = -2|x|$

x	y
-2	
-1	
0	
1	
2	

Autovalore lo aprendido

En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuanto ha aprendido. Reflexione individualmente sobre su desempeño. Es posible que necesite regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado. A continuación, se presentan algunas preguntas, usted responderá tomando en consideración una de las tres opciones de respuesta: Siempre, Algunas Veces, Nunca. Este ejercicio NO es para sumar a la calificación.

PREGUNTA	OPCIONES DE RESPUESTA		
	Siempre	Algunas veces	Nunca
¿Soy capaz de hacer la grafica de la siguiente función? $f(x) = x $			
¿Soy capaz de identificar, el vértice, dominio y rango de la siguiente gráfica? 			
¿Soy capaz de escribir hacia donde se desplazan las gráficas de las siguientes funciones? $f(x) = x + 2 $ $f(x) = x - 2$			

Instrucciones

Estimados/as educandos.

A continuación, le invitamos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestas en este Cuaderno, con las que podrán desarrollar su capacidad para graficar funciones mayor entero.

Aprendizajes esperados

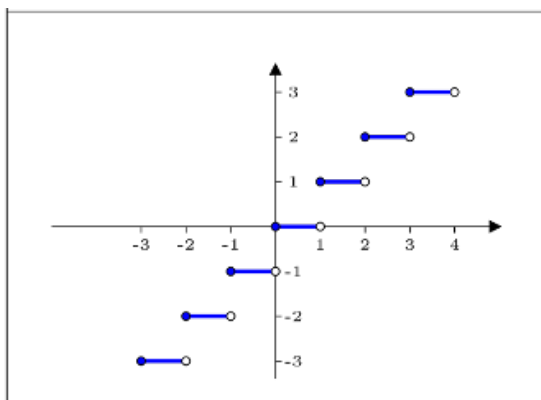
Graficar funciones mayor entero.

Explore sus aprendizajes previos

Todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento usted tiene la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismo y a la vez demostrarse cuánto sabe del tema que va a estudiar.

Actividades a desarrollar:

1. Responda las siguientes preguntas



¿Qué nombre tiene la función de esta gráfica?_____

Construya sus nuevos aprendizajes

Los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días. En este momento tiene la oportunidad de reflexionar sobre lo que usted respondió en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos, habilidades, ideas, creencias y concepciones que tenía sobre el tema a desarrollar. Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, nuevos y mejores comportamientos que lo harán una persona con buenas prácticas para la vida.

$f(x) = \llbracket x \rrbracket$ DEFINICIÓN

La función de entero máximo o mayor entero f está definida por $f(x) = \llbracket x \rrbracket$

Si x es un número real, definimos el símbolo $\llbracket x \rrbracket$ como sigue: $\llbracket x \rrbracket = n$ donde n es el máximo entero tal que $n \leq x$. Si identificamos $\mathbb{R}$ con puntos en una recta de coordenadas, entonces n es el primer entero a la izquierda de (o igual a) x .

Por ejemplo:

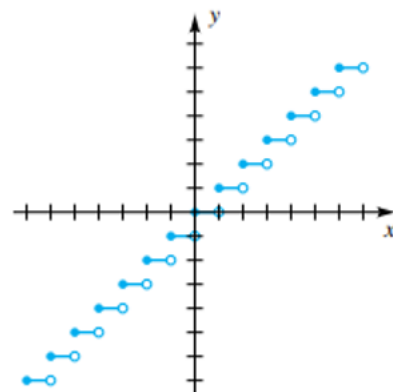
1. $\llbracket 3 \rrbracket = 3$
2. $\llbracket 1.8 \rrbracket = 1$
3. $\llbracket -3 \rrbracket = -3$
4. $\llbracket 0.5 \rrbracket = 0$
5. $\llbracket \sqrt{5} \rrbracket = 2$
6. $\llbracket -0.5 \rrbracket = -1$
7. $\llbracket -2.7 \rrbracket = -3$
8. $\llbracket \sqrt{-3} \rrbracket = -2$

Trace la gráfica de la función mayor entero $\llbracket x \rrbracket$.

1. Tabla de valores $\llbracket x \rrbracket = n \rightarrow n \leq x < n+1$

Valores de x	$f(x) = \llbracket x \rrbracket$
$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$
$-2 \leq x < -1$	-2
$-1 \leq x < 0$	-1
$0 \leq x < 1$	0
$1 \leq x < 2$	1
$2 \leq x < 3$	2
$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$

2. Gráfica



Siempre que x se encuentre entre enteros sucesivos, la parte correspondiente de la gráfica es un segmento de una recta horizontal.

Propiedades de la función mayor entero

1. $\lfloor x \rfloor \in \mathbb{Z}, \forall x \in \mathbb{R}$
2. $\lfloor x \rfloor = x \leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$
3. $\lfloor x \rfloor \leq \lfloor x \rfloor \leq \lfloor x \rfloor + 1, \forall x \in \mathbb{R}$
4. $\lfloor x \rfloor = n \leftrightarrow n \leq x < n+1, n \in \mathbb{Z}$
5. Si $a \in \mathbb{Z}, \lfloor x \rfloor \geq a \leftrightarrow x \geq a$
6. Si $a \in \mathbb{Z}, \lfloor x \rfloor < a \leftrightarrow x < a$
7. Si $a \in \mathbb{Z}, \lfloor x \rfloor \leq a \leftrightarrow x < a+1$
8. Si $m \in \mathbb{Z} \rightarrow \lfloor x+m \rfloor = \lfloor x \rfloor + m$

Ejemplo 1: Trace la gráfica de la función mayor entero $\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$.

Calculemos los valores de X

$$\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = n \rightarrow n \leq \frac{x}{2} < n+1$$

$$\begin{aligned} \cdot n \leq \frac{x}{2} & \quad \cdot \frac{x}{2} < n+1 \\ \cdot 2n \leq x & \quad \cdot x < 2(n+1) \end{aligned}$$

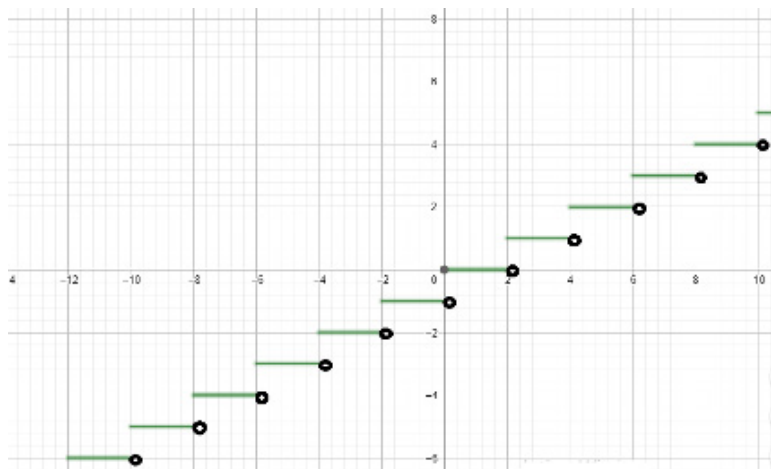
Dominio de la función $\{x/x \in [2n, 2(n+1)) \mid n \in \mathbb{Z}\} = \mathbb{R}$

Rango $f(x) = \mathbb{R} \in \mathbb{Z}$

Tabla de valores

$\lfloor x \rfloor = n$	$2n \leq x < 2(n+1)$
-2	$2(-2) \leq x < 2(-2+1)$ $-4 \leq x < -2$
-1	$-2 \leq x < 0$
0	$0 \leq x < 2$
1	$2 \leq x < 4$
2	$4 \leq x < 6$

Ahora grafiquemos



Ejemplo 2: Trace la gráfica de la función mayor entero $\lceil x-5 \rceil = 4$.

Calculemos los valores de X

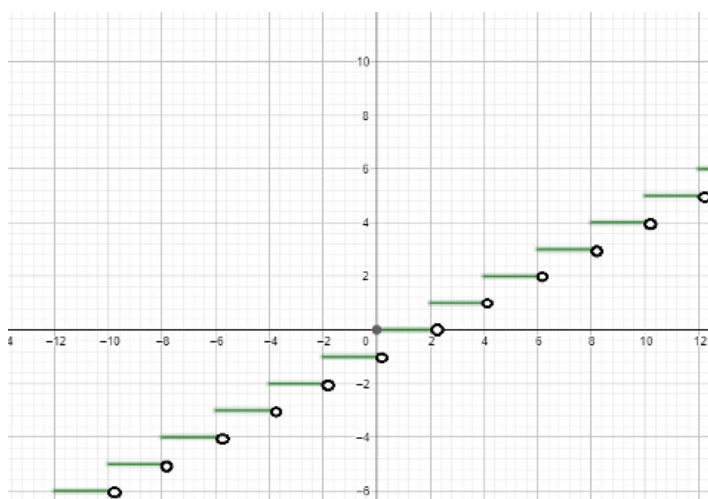
- . $\lceil x+(-5) \rceil = 4$.
- . $\lceil x \rceil + (-5) = 4$.
- . $\lceil x \rceil = 4+5$.
- . $\lceil x \rceil = 9$.
- . $\lceil x \rceil = n \rightarrow n \leq x < n+1$
 $9 \leq x < 9+1$
 $9 \leq x < 10$

Dominio de la función $\{x/x \in [9,10[\quad n \in \mathbb{Z}\} = \mathbb{R}$
Rango $f(x) = \mathbb{R} \in \mathbb{Z}$

Tabla de valores

$\lceil x \rceil = n$	$n \leq x < n+1$
-2	$-2 \leq x < -1$
-1	$-1 \leq x < 0$
0	$0 \leq x < 1$
1	$1 \leq x < 2$
2	$2 \leq x < 3$

Ahora grafiquemos



Aplique sus nuevos aprendizajes

Durante el desarrollo de las siguientes actividades tiene la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Es el momento en el que usted comprenderá la importancia y la aplicación de los conocimientos en situaciones de la vida diaria. Apóyese en la información recabada durante el inicio y en el desarrollo del proceso.

Actividades a desarrollar:

1. Haga una gráfica para representar las siguientes funciones, encuentre, rango y dominio:

- a. $\lceil x-3 \rceil$
- b. $2 \lceil x \rceil$
- c. $\lceil -x \rceil$
- d. $\lceil x+2 \rceil$
- e. $\frac{1}{2} \lceil x \rceil$
- f. $-\lceil -x \rceil$

Consolide lo aprendido

Tomando en consideración que ha construido nuevos aprendizajes, pero también puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, desarrolle las siguientes actividades para afianzarlos. También en su libro cuenta con información valiosa.

Actividades a desarrollar:

1. Haga una gráfica para representar las siguientes funciones, encuentre, rango y dominio:

- $\lceil x \rceil = 3$
- $\lceil 2x \rceil$
- $\lceil x+7 \rceil$
- $\lceil \frac{x}{3} \rceil$

Autovalore lo aprendido

En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuanto ha aprendido. Reflexione individualmente sobre su desempeño. Es posible que necesite regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado. A continuación, se presentan algunas preguntas, usted responderá tomando en consideración una de las tres opciones de respuesta: Siempre, Algunas Veces, Nunca. Este ejercicio NO es para sumar a la calificación.

PREGUNTA	OPCIONES DE RESPUESTA		
	Siempre	Algunas veces	Nunca
¿Soy capaz de hacer la gráfica de la siguiente función? $f(x) = \lceil 2x \rceil$			
¿Soy capaz de encontrar el dominio de la siguiente función? $f(x) = \lceil 2x \rceil$			
¿Soy capaz de encontrar el rango de la siguiente función? $f(x) = \lceil 2x \rceil$			

UNIDAD III

FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS

FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

Instrucciones

Estimados/as educandos.

A continuación, le invitamos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestas en este Cuaderno, con las que podrán desarrollar su capacidad para resolver funciones exponenciales. Siempre considere trabajar en su cuaderno de notas.

Aprendizajes esperados

Resolver funciones exponenciales.

Explore sus aprendizajes previos

Todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento usted tiene la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismo y a la vez demostrarse cuanto sabe del tema que va a estudiar.

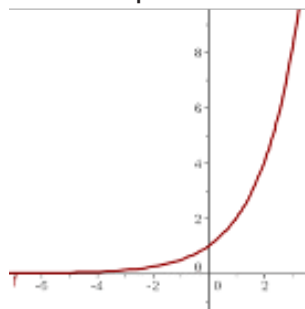
Actividades a desarrollar:

1. Responda las siguientes preguntas

Una niña ahorra todos los días, cada día aumenta su ahorro al doble. Si comenzó con L. 2,00

- ¿Cuánto dinero tiene al tercer día?
- ¿Cuánto dinero tiene al quinto día?
- ¿Cuánto dinero tendrá en 10 días?
- ¿Qué utilizarías para responder estas preguntas? _____
- ¿Se ha puesto a pensar que pasaría si el ahorro aumentara tanto que no sería suficiente pequeñas multiplicaciones? _____

Incluso crecer tanto que su gráfica se parezca a ésta:

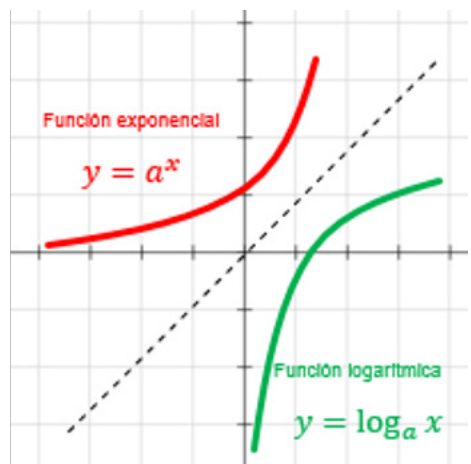


Construya sus nuevos aprendizajes

Los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días. En este momento tiene la oportunidad de reflexionar sobre lo que usted respondió en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos, habilidades, ideas, creencias y concepciones que tenía sobre el tema a desarrollar. Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, nuevos y mejores comportamientos que lo harán una persona con buenas prácticas para la vida.

DEFINICIÓN^x

Las funciones exponenciales $y = a^x$ y funciones logarítmicas $\log_a y = x$ se le denominan funciones trascendentales, ya que son funciones que trascienden el álgebra en el sentido que ninguna puede ser expresada en términos de una secuencia finita de operaciones algebraicas de suma, resta y/o extracción de raíces.



Las funciones exponenciales y logarítmicas con base son inversas una de otra. Por lo tanto, cuando en una expresión $y = ax$ nos dan "a" y "x" para calcular "y", estamos en presencia de una función exponencial, pero cuando nos dan "a" e "y" para calcular x, estamos en presencia de una función logarítmica.

Ejemplo 1:

Suponga que se observa experimentalmente que el número de bacterias en un cultivo se duplica al día. Si 1000 bacterias están presentes al inicio, entonces obtenemos la tabla siguiente, donde t es el tiempo en días y f(t) es la cantidad de bacterias en el tiempo t.

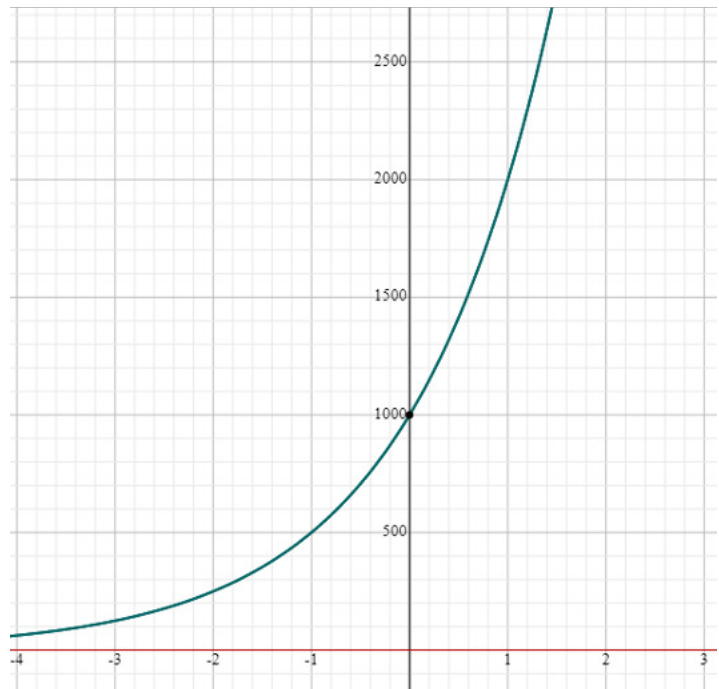
t (tiempo en días)	0	1	2	3	4
f(t) (cantidad de bacterias)	1000	2000	4000	8000	16,000

Sea $f(t) = (1000)2^t$. Con esta fórmula podemos predecir el número de bacterias presentes en cualquier tiempo t.

Tabla de valores

t	$(1000)2^t$
-2	250
-1	500
0	1000
1	2000
2	4000
3	8000
4	16000

Ahora grafiquemos



Dominio: $(-\infty, +\infty)$
Rango: $(0, +\infty)$

Ejemplo 2:

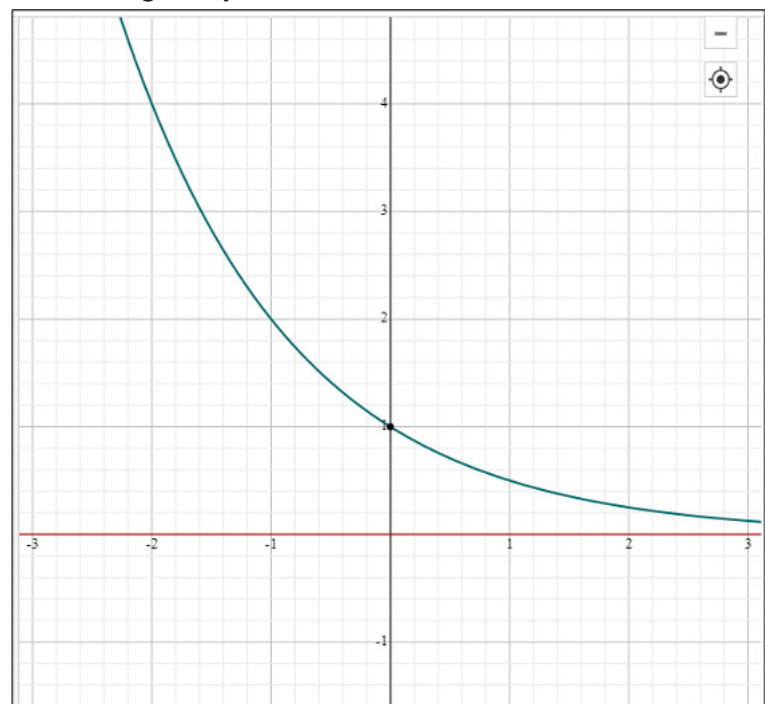
Sea $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Realizar la representación gráfica.

Intersecto en Y: (0,1)

Tabla de valores

Valores de x	Valores de Y
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	1/2
2	1/4

Ahora grafiquemos



Dominio: El dominio de la función es el conjunto de entradas o valores del argumento, para los cuales la función es real definida. Para esta función el dominio es: $(0, +\infty)$

Rango: El conjunto de valores de la variable dependiente para la que se define una función: para esta función el rango es: $(-\infty, +\infty)$

Ejemplo 3:

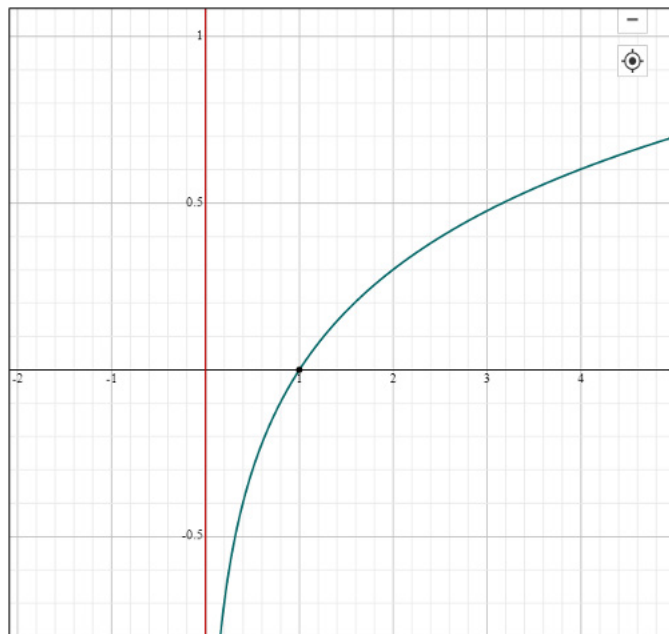
1. $y = \log(x)$ Realizar la representación gráfica.

Intersecto en x : (1,0)

Tabla para buscar los valores de Y

Valores de x	Valores de Y
1/2	-0.30
1	0
2	0.30
4	0.48
8	0.90

Ahora grafiquemos



Dominio: El dominio de la función es el conjunto de entradas o valores del argumento, para los cuales la función es real definida. Para esta función el dominio es: $(0, +\infty)$

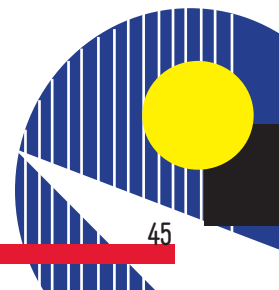
Rango: El conjunto de valores de la variable dependiente para la que se define una función: para esta función el rango es: $(-\infty, +\infty)$

Ejemplo 4:

En la escala Richter, la magnitud R de un terremoto de intensidad I está dada por $R = \log \frac{I}{I_0}$, donde I_0 es cierta intensidad mínima.

(a) Si la intensidad de un terremoto es $1000I_0$, encuentre R.

$$\begin{aligned} R &= \log \frac{I}{I_0} \\ &= \log \frac{1000I_0}{I_0} \\ &= \log 1000 \\ &= \log 10^3 \\ &= 3 \end{aligned}$$



De este resultado vemos que un aumento multiplicado por diez en intensidad resulta en un aumento de 1 en magnitud (si 1000 se cambiara a 10,000, entonces 3 cambiaría a 4).

(b) Exprese I en términos de R e I_0 .

$$R = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\frac{I}{I_0} = 10^R$$

$$I = I_0 \cdot 10^R$$

Aplice sus nuevos aprendizajes

Durante el desarrollo de las siguientes actividades tiene la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Es el momento en el que usted comprenderá la importancia y la aplicación de los conocimientos en situaciones de la vida diaria. Apóyese en la información recabada durante el inicio y en el desarrollo del proceso.

Actividades a desarrollar:

1. Elabore la gráfica que determine los intercepto en x e y ; si los hay, el dominio y el rango de cada una de las siguientes funciones:

a. $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

d. $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

b. $f(x) = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$

e. $f(x) = 8(4)^{-x} - 2$

c. $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x + 4$

f. $f(x) = -3^x + 9$

- g. Suponga que \$1000 se invierten a una tasa de interés de 9% capitalizado mensualmente. Encuentre la nueva cantidad acumulada después de 5 años, después de 10 años y después de 15 años. Ilustre gráficamente el crecimiento de la inversión. Use la fórmula de interés compuesto.

$$A = C \left(1 + \frac{i}{n} \right)^{nt}$$

h. $y = \log(x-2)$

i. $f(x) = \log(x+10)$

j. $f(x) = \log(x+100)$

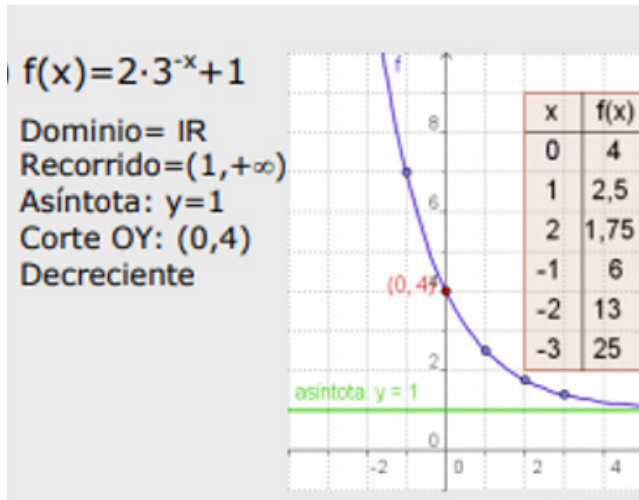
- k. Si el interés se capitaliza continuamente a razón de 6% al año, aproxime el número de años necesarios para que un depósito inicial de \$6000 crezca a \$25,000.

Consolide lo aprendido

Tomando en consideración que ha construido nuevos aprendizajes, pero también puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, desarrolle las siguientes actividades para afianzarlos. También en su libro cuenta con información valiosa.

Actividades a desarrollar:

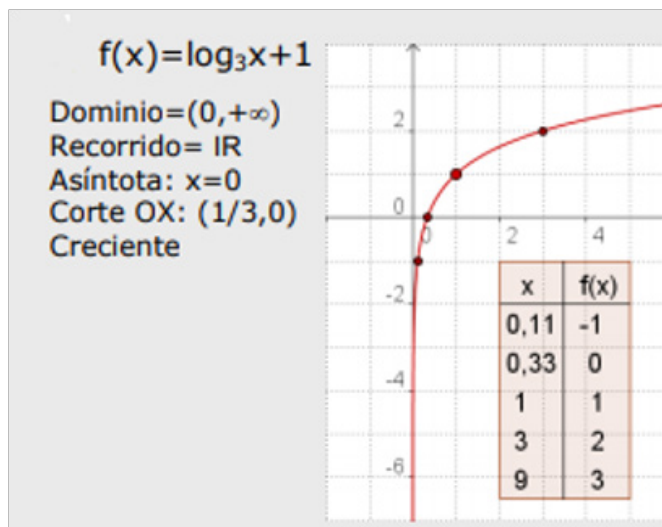
1. En su cuaderno de notas verifique si los resultados son correctos.



2. En 1938, se promulgó una ley federal que establecía un salario mínimo y éste fue de \$0.25 por hora; el salario había subido a \$5.15 por hora en 1997. Encuentre una función exponencial de la forma $y = ab^t$ que modele el salario mínimo federal para 1938–1997.

Actividades a desarrollar:

1. En su cuaderno de notas verifique si los resultados son correctos



2. Si empezamos con q_0 miligramos de radio, la cantidad q restante después de t años está dada por la fórmula $q = q_0(2)^{-t/1600}$. Expresa t en términos de q y de q_0 .

Autovalore lo aprendido

En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuanto ha aprendido. Reflexione individualmente sobre su desempeño. Es posible que necesite regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado. A continuación, se presentan algunas preguntas, usted responderá tomando en consideración una de las tres opciones de respuesta: Siempre, Algunas Veces, Nunca. Este ejercicio NO es para sumar a la calificación.

PREGUNTA	OPCIONES DE RESPUESTA		
	Siempre	Algunas veces	Nunca
¿Soy capaz de encontrar los intersección de esta función? $y=3^x$			
¿Soy capaz de encontrar los intersección de esta función? $Y=\log x^2$			
¿Soy capaz de graficar estas funciones? a. $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^x$ b. $y = \log X - 3$			

UNIDAD IV

GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA

LA PARÁBOLA

Instrucciones

Estimados/as educandos.

A continuación, le invitamos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestas en este Cuaderno, con las que podrán desarrollar su capacidad para identificar las propiedades de la parábola.

Aprendizajes esperados

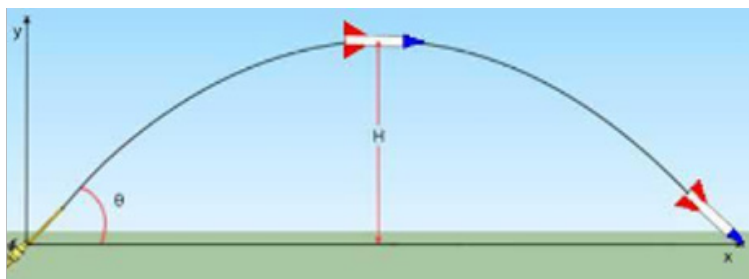
Identificar las propiedades de la parábola.

Explore sus aprendizajes previos

Todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento usted tiene la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismo y a la vez demostrarse cuanto sabe del tema que va a estudiar.

Actividades a desarrollar:

1. Responda las siguientes preguntas

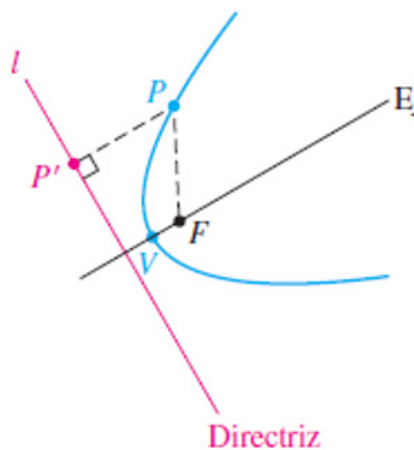


¿Cómo se le denomina al movimiento realizado por el objeto cuya trayectoria se describe en la imagen?

Construya sus nuevos aprendizajes

Los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días. En este momento tiene la oportunidad de reflexionar sobre lo que usted respondió en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos, habilidades, ideas, creencias y concepciones que tenía sobre el tema a desarrollar. Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, nuevos y mejores comportamientos que lo harán una persona con buenas prácticas para la vida.

DEFINICIÓN



Una **parábola** es el conjunto de todos los puntos de un plano equidistantes de un punto fijo F (el foco) y una recta fija l (la directriz) que está en el plano.

Supondremos que F no está en l , porque esto resultaría en una recta. Si P es un punto del plano y P' es el punto en l determinado por una recta que pasa por P que es perpendicular a l (vea figura), entonces, por la definición anterior, P está en la parábola si y sólo si las distancias $d(P,F)$ y $d(P,P')$ y son iguales.

El eje de la parábola es la recta que pasa por F que es perpendicular a la directriz. El vértice de la parábola es el punto V sobre el eje situado a media distancia entre F y l . El vértice es el punto en la parábola más cercano a la directriz.

Fórmulas para obtener la ecuación de la parábola, el foco, y la directriz

Parábolas con vértice $V(0, 0)$

Ecuación, foco, directriz	Gráfica para $p > 0$	Gráfica para $p < 0$
$x^2 = 4py$ o $y = \frac{1}{4p}x^2$ Foco: $F(0, p)$ Directriz: $y = -p$		
$y^2 = 4px$ o $x = \frac{1}{4p}y^2$ Foco: $F(p, 0)$ Directriz: $x = -p$		

Ejemplo 1:

Encuentre el foco, la directriz y trace la gráfica de la parábola $y = -\frac{1}{6}x^2$

Solución

La ecuación tiene la forma $y=ax^2$ con $a=1/6$ si nos fijamos en la tabla es de la forma

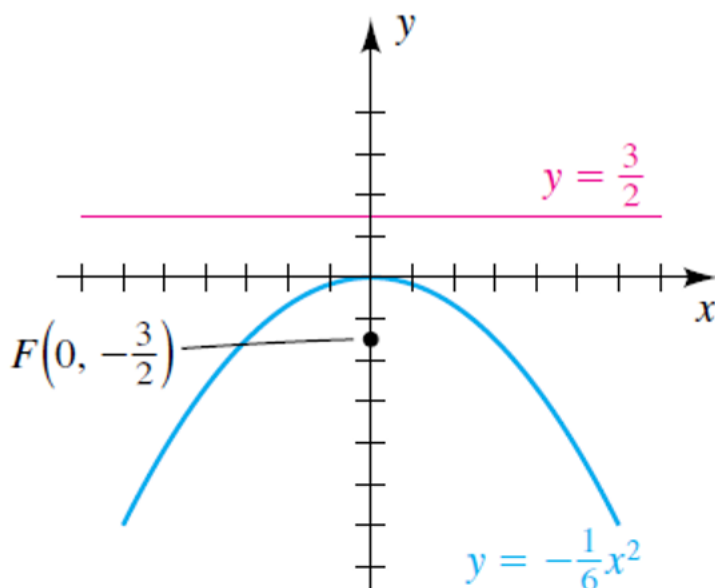
$$a = \frac{1}{4p}$$

Ahora despejemos para p y sustituamos los valores

$$p = \frac{1}{4a} = \frac{1}{4(-\frac{1}{6})} = \frac{1}{-\frac{4}{6}} = -\frac{3}{2}$$

Como p es negativa, la parábola abre hacia abajo y tiene foco $F(0, -\frac{3}{2})$.

La directriz es $y = -p$ sustituimos los valores $y = -(-3/2) = 3/2$ que es una distancia $3/2$ arriba de V .



Valores de x	$y = -\frac{1}{6}x^2$
-2	-2/3
-1	-1/6
0	0
1	-1/6
2	-2/3

Ejemplo 2:

(a) Encuentre la ecuación de la parábola que tenga vértice en el origen, abra a la derecha y pase por el punto $P(7, -3)$.

(b) Encuentre el foco de la parábola

Solución

Para inciso a)

Una ecuación de una parábola con vértice en el origen, que abre a la derecha, tiene la forma $x=ay^2$

Para cualquier número a Si $P(7, -3)$ está sobre la gráfica, entonces podemos sustituir 7 por x , e y por -3 para hallar a :

Sustituyendo $7=a(-3)^2$ entonces $7=a*9$ despejando $a=7/9$ entonces sustituimos a en la fórmula y nos queda $a = \frac{7}{9}y^2$

Para inciso b)

El foco está a una distancia p a la derecha del vértice. Como $a=7/9$ tenemos

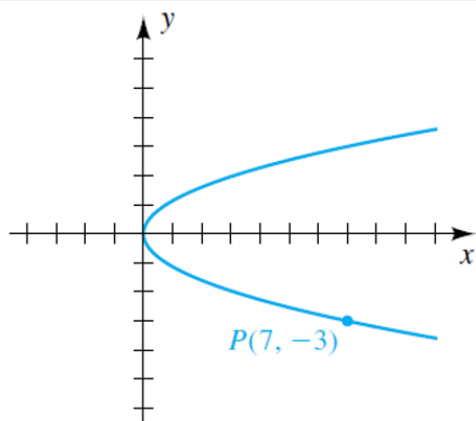
Para inciso b)

El foco está a una distancia p a la derecha del vértice. Como $a=7/9$ tenemos

$$p = \frac{1}{4a} = \frac{1}{4\left(\frac{7}{9}\right)} = \frac{9}{28}$$

Por tanto, el foco tiene coordenadas $\left(\frac{9}{28}, 0\right)$

Su gráfica es



Complete la tabla de valores

Valores de x	$x = \frac{7}{9}y^2$
-2	
-1	
0	
1	
2	

Parábolas con vértice $V(h, k)$

Ecuación, foco, directriz	Gráfica para $p > 0$	Gráfica para $p < 0$
$(x - h)^2 = 4p(y - k)$ o $y = ax^2 + bx + c$, donde $p = \frac{1}{4a}$ Foco: $F(h, k + p)$ Directriz: $y = k - p$		
$(y - k)^2 = 4p(x - h)$ o $x = ay^2 + by + c$, donde $p = \frac{1}{4a}$ Foco: $F(h + p, k)$ Directriz: $x = h - p$		

Ejemplo 3:

Trace la gráfica de $2x = y^2 + 8y + 22$.

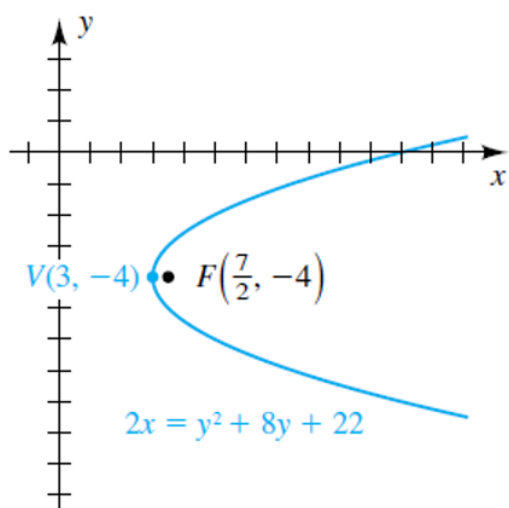
Solución

La ecuación puede escribirse en la forma $x = ay^2 + by + c$ de modo que vemos de la tabla que la gráfica es una parábola con un eje horizontal. Primero escribimos la ecuación dada de la siguiente forma, es decir dejar las y a un solo lado:

$y^2 + 8y + __ = 2x - 22 + __$ y luego completamos el cuadrado al sumar a ambos lados: $[1/2 (8)]^2 = 16$ y su ecuación queda de la siguiente forma

$$y^2 + 8y + 16 = 2x - 6$$
$$(y + 4)^2 = 2(x - 3)$$

Su gráfica es



El vértice $V(h, k)$ es $V(3, -4)$.

El foco es $F(h + p, k) = F(3 + \frac{1}{2}, -4)$, o bien $F(\frac{7}{2}, -4)$.

La directriz es $x = h - p = 3 - \frac{1}{2}$, o bien $x = \frac{5}{2}$.

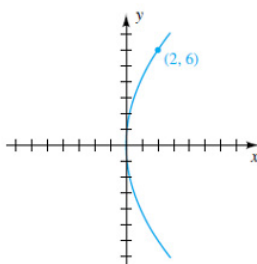
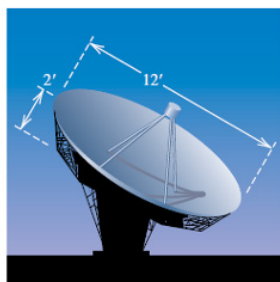
Complete la tabla de valores

Valores de x	Para obtener valores para X de $2x = y^2 + 8y + 22$.
0	11
-1	7.5
-2	5
-3	3.5
-4	3 vertice
-5	3.5
-6	5

Ejemplo 4

Localizar el foco de una antena satelital de TV

El interior de una antena satelital de TV es un disco con forma de un paraboloide (finito) que tiene 12 pies de diámetro y 2 pies de profundidad, como se muestra en la figura 10. Encuentre la distancia del centro del disco al foco.



La parábola generadora está trazada en un plano xy en la figura, donde hemos tomado el vértice de la parábola en el origen y su eje a lo largo del eje x. Una ecuación de la parábola es $y^2 = 4px$, donde p es la distancia requerida del centro del disco al foco. Como el punto (2, 6) está en la parábola, obtenemos

$$6^2 = 4p \cdot 2$$

Despejando para p obtenemos:

$$p = \frac{36}{8} = 4.5 \text{ ft.}$$

Aplique sus nuevos aprendizajes

Durante el desarrollo de las siguientes actividades tiene la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Es el momento en el que usted comprenderá la importancia y la aplicación de los conocimientos en situaciones de la vida diaria. Apóyese en la información recabada durante el inicio y en el desarrollo del proceso.

Actividades a desarrollar:

1. Hallar el vértice, foco y directriz de la parábola, Trace su gráfica, mostrando el foco y la directriz.
 - a. $8y = x^2$
 - b. $20x = y^2$
 - c. $2y^2 = -3x$
 - d. $x^2 = -3y$
 - e. $(x+2)^2 = -8(y-1)$

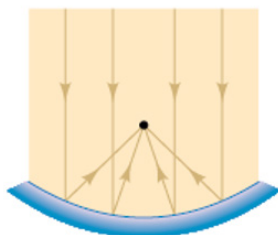
Consolide lo aprendido

Tomando en consideración que ha construido nuevos aprendizajes, pero también puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, desarrolle las siguientes actividades para afianzarlos. También en su libro cuenta con información valiosa.

Actividades a desarrollar:

1. Hallar el vértice, foco y directriz de la parábola, Trace su gráfica, mostrando el foco y la directriz.
 - a. $(x-3)^2 = \frac{1}{2}(y+1)$
 - b. $(y-2)^2 = \frac{1}{4}(x-3)$
 - c. $(y+1)^2 = -12(x+2)$
 - d. $y = x^2 - 4x + 2$

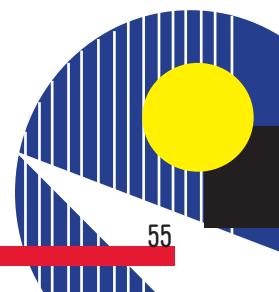
e. Espejo de telescopio El espejo para un telescopio reflector tiene la forma de un paraboloide (finito) de 8 pulgadas de diámetro y 1 pulgada de profundidad. ¿A qué distancia del centro del espejo se colectará la luz entrante?



Autovalore lo aprendido

En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuanto ha aprendido. Reflexione individualmente sobre su desempeño. Es posible que necesite regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado. A continuación, se presentan algunas preguntas, usted responderá tomando en consideración una de las tres opciones de respuesta: Siempre, Algunas Veces, Nunca. Este ejercicio NO es para sumar a la calificación.

PREGUNTA	OPCIONES DE RESPUESTA		
	Siempre	Algunas veces	Nunca
¿Soy capaz de encontrar el vértice en la siguiente ecuación de la parábola? $y^2 - 4y - 2x - 4 = 0$			
¿Soy capaz de encontrar el foco en la siguiente ecuación de la parábola? $y^2 - 4y - 2x - 4 = 0$			
¿Soy capaz de trazar la gráfica de? $y^2 - 4y - 2x - 4 = 0$			



LA ELIPSE

Instrucciones

Estimados/as educandos.

A continuación, le invitamos a participar de diferentes experiencias de aprendizaje a través del desarrollo de una serie de actividades propuestos en este Cuaderno, con las que podrán desarrollar su capacidad para Identificar las propiedades de la Elipse.

Aprendizajes esperados

Identificar las propiedades de la Elipse.

Explore sus aprendizajes previos

Todas las personas tenemos conocimientos y todo aprendizaje nuevo, parte de esos conocimientos, habilidades, ideas, creencias, concepciones y emociones que se han obtenido a causa de experiencias vividas o aprendizajes obtenidos durante los años de estudio. En este momento usted tiene la oportunidad de explorar, activar y reflexionar por sí mismo y a la vez demostrarse cuanto sabe del tema que va a estudiar.

Actividades a desarrollar:

1. Responda las siguientes preguntas

Observa en los vasos con agua cuando los inclinamos ¿que se forma?



Construya sus nuevos aprendizajes

Los seres humanos aprendemos algo nuevo todos los días. En este momento tiene la oportunidad de reflexionar sobre lo que usted respondió en el ejercicio anterior, para confirmar o corregir sus conocimientos, habilidades, ideas, creencias y concepciones que tenía sobre el tema a desarrollar. Se trata de que construya de manera autónoma y activa nuevos conceptos, nuevos y mejores comportamientos que lo harán una persona con buenas prácticas para la vida.

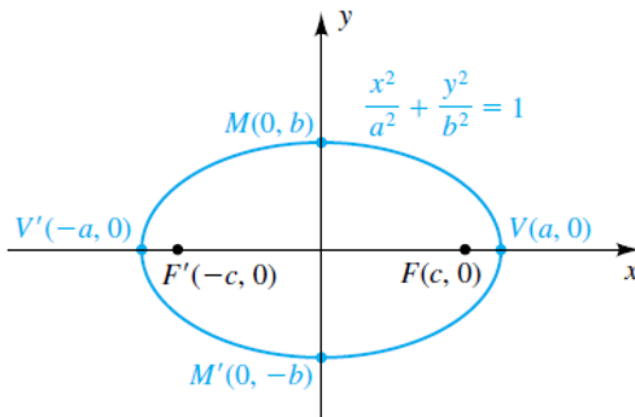
DEFINICIÓN

Una elipse es el conjunto de todos los puntos en un plano, la suma de cuyas distancias desde dos puntos fijos (los focos) en el plano es una constante positiva.

Ecuaciones estándar de una elipse es
La gráfica de:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Donde $a > b > 0$, es una elipse con centro en el origen. La longitud del eje mayor es $2a$ y la longitud del eje menor es $2b$. Los focos están a una distancia c del origen, donde $c^2 = a^2 - b^2$.

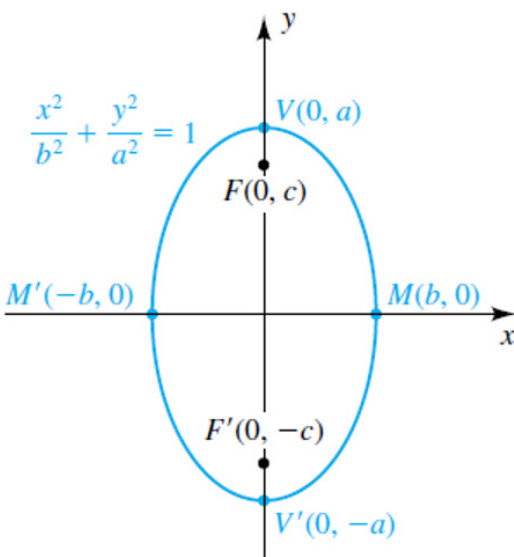


$V(a, 0)$ y $V'(-a, 0)$ sobre la gráfica se llaman vértices de la elipse.

El segmento entre $M'(0, b)$ y $M(0, b)$ recibe el nombre de eje menor, El eje mayor es siempre más largo que el eje menor porque $a > b$.

Si aplicamos las pruebas para simetría, vemos que la elipse es simétrica con respecto al eje x , el eje y y el origen.

Foco en $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$



$V(0, a)$ y $V'(0, -a)$ sobre la gráfica se llaman vértices de la elipse.

El segmento entre $M'(0, -b)$ y $M(0, b)$ recibe el nombre de eje menor, El eje mayor es siempre más largo que el eje menor porque $a > b$.

Si aplicamos las pruebas para simetría, vemos que la elipse es simétrica con respecto al eje x , el eje y y el origen.

Foco en $F(0, c)$, $F'(0, -c)$

Ejemplo 1:

Trace la gráfica de $2x^2 + 9y^2 = 18$ y encuentre los focos.

Solución

Para escribir esta ecuación en forma estándar, divida cada término entre 18 para obtener una constante de 1:

De esta manera $\frac{2x^2}{18} + \frac{9y^2}{18} = \frac{18}{18}$

Al simplificar obtenemos $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$

La gráfica es una elipse con centro en el origen y focos en un eje de coordenadas.

De la ecuación $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$ como $9 > 2$ el eje mayor y los focos están en el eje x.

Con $a^2 = 9$, aplicando raíz cuadrada a ambos lados tenemos $a = 3$, entonces y los vértices son $V(3, 0)$ y $V'(-3, 0)$.

Como $b^2 = 2$ entonces $b = \sqrt{2}$ y los puntos extremos del eje menor son $M(0, \sqrt{2})$, $M'(0, -\sqrt{2})$

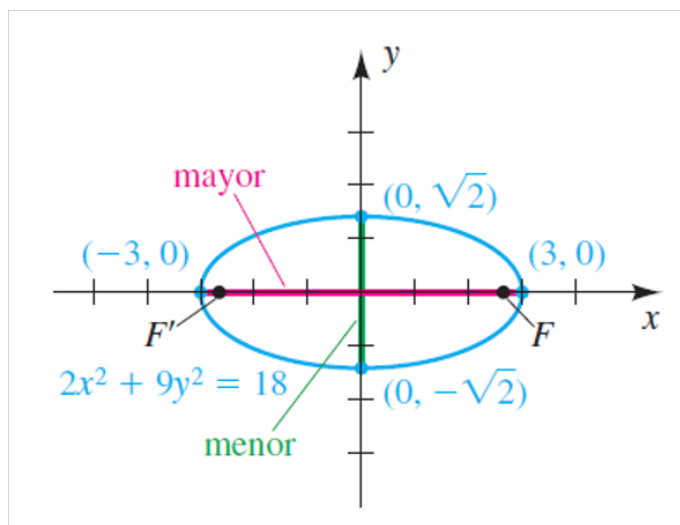
Encontremos los ejes de simetría: con eje mayor de longitud $2a$, como $a=3$ entonces vamos a sustituir ese valor, $2a = 2(3) = 6$ y eje menor $2b=2\sqrt{2}$

Para hallar los focos, hacemos $a=3$ y $b=\sqrt{2}$ calculamos

$$c^2 = a^2 - b^2 = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 7$$

Por tanto $c = \sqrt{7}$ y los focos son $F(\sqrt{7}, 0)$, $F'(-\sqrt{7}, 0)$

Ahora grafiquemos



Ejemplo 2

Trace la gráfica de $9x^2 + 4y^2 = 25$ y encuentre los focos.

Solución

Divida cada término entre 25 para obtener la forma estándar

De esta manera $\frac{9x^2}{25} + \frac{4y^2}{25} = \frac{25}{25}$

Al simplificar obtenemos

$$\frac{x^2}{\frac{25}{9}} + \frac{y^2}{\frac{25}{4}} = 1$$

La gráfica es una elipse con centro en el origen $\frac{25}{4} > \frac{25}{9}$ el eje mayor y los focos están en el eje y.

Como $a^2 = 25/4$, aplicando raíz cuadrada a ambos lados tenemos $a = 5/2$, entonces y los vértices son $V(0, 5/2)$ y $V'(0, -5/2)$.

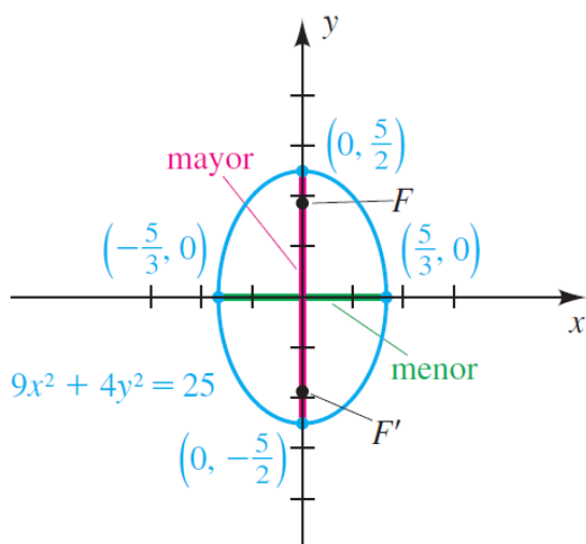
Como $b^2 = 25/9$ entonces $b = 5/3$ y los puntos extremos del eje menor son $M(5/3, 0)$, $M'(-5/3, 0)$.

Encontremos los ejes de simetría: con eje mayor de longitud $2a$, como $a = 5/2$ entonces vamos a sustituir ese valor, $2a = 2(5/2) = 5$ y eje menor $2b = 2(5/3) = 10/3$.

Para hallar los focos, hacemos $a = 5/2$ y $b = 5/3$ calculamos

$$c^2 = a^2 - b^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{125}{36}$$

Por tanto $c = \sqrt{(125/36)} = 1.86$ y los focos son $F(0, 1.86)$, $F'(0, -1.86)$



Elipse con centro (h,k) tiene las siguientes formulas generales

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

La excentricidad e de una elipse es:

$$e = \frac{\text{distancia de centro a foco}}{\text{distancia de centro a vértice}} = \frac{c}{a}$$

Ejemplo 3:

Trace la gráfica de la ecuación $16x^2 + 9y^2 + 64x + 18y + 71 = 0$

Empezamos por agrupar los términos que contengan x y los que contengan y:

$$(16x^2 + 64x) + (9y^2 - 18y) = -71$$

A continuación, factorizamos los coeficientes de x^2 y y^2 como sigue:

$$16(x^2 + 4x + __) + 9(y^2 - 2y + __) = -71$$

Ahora completamos los cuadrados para las expresiones dentro de los paréntesis:

$$16(x^2 + 4x + 4) + 9(y^2 - 2y + 1) = -71 + 15 \cdot 4 + 9 \cdot 1$$

Al sumar 4 a la expresión dentro de los primeros paréntesis hemos sumado 64 al lado izquierdo de la ecuación y por tanto debemos compensar al sumar 64 al lado derecho. Del mismo modo, al sumar 1 a la expresión dentro de los segundos paréntesis hemos sumado 9 al lado izquierdo y en consecuencia debemos sumar 9 al lado derecho.

Rescribiendo la ecuación queda

$$16(x+2)^2 + 9(y-1)^2 = 144$$

Al dividir entre 144 para obtener 1 en el lado derecho tendremos

$$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

La gráfica de la última ecuación es una elipse con centro $C(h,k)$ sustituyendo $C(-2, 1)$ y eje mayor en la recta vertical $x = -2$ (porque $9 < 16$). Usando $a = 4$ y $b = 3$

Para hallar los focos, primero calculamos

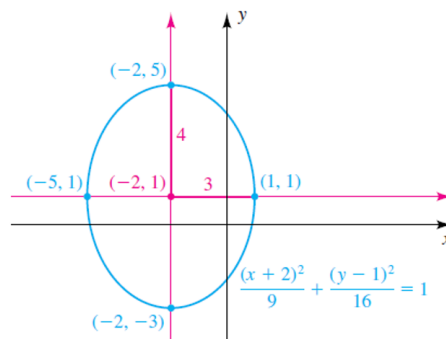
$$c^2 = a^2 - b^2 = 4^2 - 3^2 = 7$$

La distancia del centro de la elipse a los focos es $c = \sqrt{7}$

Como el centro es $(-2, 1)$, los focos son Foco en $F(h, c+k)$, $F'(h, -c+k)$ sustituyendo $F(-2, 1+\sqrt{7})$, $F'(-2, 1-\sqrt{7})$

La excentricidad de la elipse es: $c/a = \sqrt{7}/4$

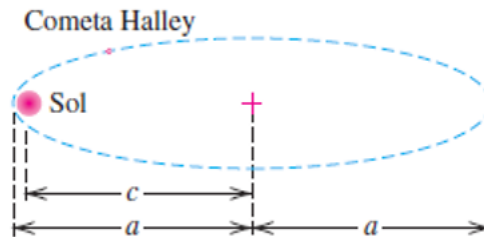
Ahora grafiquemos



Ejemplo 4:

Calcular una distancia en una trayectoria elíptica

El cometa Halley tiene una órbita elíptica con excentricidad $e = 0.967$. Lo más cerca que el cometa Halley llega al Sol es 0.587 UA. Calcule la distancia máxima del cometa al Sol, a la 0.1 UA más cercana.



Como $a - c$ es la distancia mínima entre el Sol y el cometa, tenemos (en UA)

$$a - c = 0.587 \quad \text{o bien} \quad a = c + 0.587.$$

Como $e = c/a = 0.967$, obtenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} c &= 0.967a && \text{multiplicar por } a \\ &= 0.967(c + 0.587) && \text{sustituir por } a \\ &\approx 0.967c + 0.568 && \text{multiplicar} \\ c - 0.967c &\approx 0.568 && \text{restar } 0.967c \\ c(1 - 0.967) &\approx 0.568 && \text{factorizar } c \\ c &\approx \frac{0.568}{0.033} \approx 17.2 && \text{despejar } c \end{aligned}$$

Como $a = c + 0.587$, obtenemos

$$a \approx 17.2 + 0.587 \approx 17.8,$$

y la distancia máxima entre el Sol y el cometa es

$$a + c \approx 17.8 + 17.2 = 35.0 \text{ UA.}$$

Aplique sus nuevos aprendizajes

Durante el desarrollo de las siguientes actividades tiene la oportunidad de utilizar los nuevos aprendizajes logrados. Es el momento en el que usted comprenderá la importancia y la aplicación de los conocimientos en situaciones de la vida diaria. Apóyese en la información recabada durante el inicio y en el desarrollo del proceso.

Actividades a desarrollar:

1. Encuentre los vértices y focos de la elipse. Trace su gráfica, mostrando los focos.

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

e) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

b) $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$

f) $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{49} = 1$

c) $4x^2 + y^2 = 16$

g) $y^2 + 9x^2 = 9$

d) $4x^2 + 25y^2 = 1$

h) $10y^2 + x^2 = 5$

Consolide lo aprendido

Tomando en consideración que ha construido nuevos aprendizajes, pero también puede haber dificultad en la comprensión de alguno de ellos, desarrolle las siguientes actividades para afianzarlos. También en su libro cuenta con información valiosa.

Actividades a desarrollar:

1. Encuentre los vértices y focos de la elipse. Trace su gráfica, mostrando los focos.

a. $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y+4)^2}{9} = 1$

b. $\frac{(x+2)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$

c. $4x^2 + 9y^2 - 32x - 36y + 64 = 0$

d. $x^2 + 2y^2 + 2x - 20y + 43 = 0$

e. $25x^2 + 4y^2 - 250x - 16y + 541 = 0$

f. $4x^2 + y^2 = 2y$

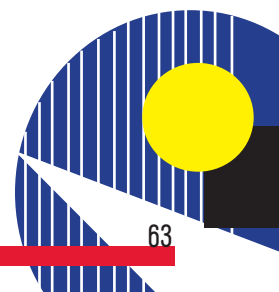
g. Órbita de la Tierra suponga que la longitud del eje mayor de la órbita de la Tierra es de 186,000,000 de millas y que la excentricidad es 0.017. Calcule, a las 1000 millas más cercanas, las distancias máxima y mínima entre la Tierra y el Sol.

h. Órbita de Mercurio El planeta Mercurio se desplaza en una órbita elíptica que tiene excentricidad 0.206 y eje mayor de longitud 0.774 UA. Encuentre las distancias máxima y mínima entre Mercurio y el Sol.

Autovalore lo aprendido

En este momento tiene la oportunidad de demostrarse a sí mismo, cuanto ha aprendido. Reflexione individualmente sobre su desempeño. Es posible que necesite regresar a algunas actividades del Cuaderno, de sus libros u otras fuentes para alcanzar el aprendizaje esperado. A continuación, se presentan algunas preguntas, usted responderá tomando en consideración una de las tres opciones de respuesta: Siempre, Algunas Veces, Nunca. Este ejercicio NO es para sumar a la calificación.

PREGUNTA	OPCIONES DE RESPUESTA		
	Siempre	Algunas veces	Nunca
¿Soy capaz de encontrar el vértice en la siguiente ecuación de la Elipse? $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$			
¿Soy capaz de encontrar el foco en la siguiente ecuación de la Elipse? $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$			
¿Soy capaz de trazar la gráfica de? $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$			



BIBLIOGRAFÍA

(Bustos, 2020). Funciones lineales

Carrillo, J. A. (Febrero de 2018). Ejercicios de Algebra de Pearson. Obtenido de <https://ejerciciosalgebra.depearson.wordpress.com/2018/02/19/racionalizacion-del-denominador-monomio-de-una-fraccion/>

cidad. (2020). Funciones exponenciales y logarítmicas. Obtenido de <http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicasB/funciones3/impresos/quincena10.pdf>

Colombia. (2020). Funciones valor absoluto

ieda. (2020). Obtenido de http://agrega.juntadeandalucia.es/repositorio/23062017/71/es-an_2017062313_9123620/22_representacin_de_intervalos.html

Instituto Hondureño de Educación por Radio (IHER). 2015. Libro de Matemática II. Tegucigalpa.

Institute, M. (2020). Graficando Funciones Cuadráticas. Obtenido de https://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U10_L1_T1_text_final_es.html

(Matemovil.(2020). Funciones lineales

Problemas y ecuaciones . (2020). Obtenido de <https://www.problemasyecuaciones.com/funciones/parabolica/funcion-cuadratica-parabolica-vertice-puntos-corte-canonica-factorizada-problemas-resueltos.html>

problemas y ecuaciones. (2020). Funciones lineales

Tutors. (2007). Funciones valor absoluto.

SUPERIOR, E. T. (2020). NOCIONES PRELIMINARES DE MATEMÁTICAS . Obtenido de http://www.ehu.eus/juancarlos.gorostizaga/apoyo/func_logaritm.htm

Secretaría de Educación. 2004. Plan de Estudios de Bachillerato en Ciencias y Humanidades. Honduras.

SuperProf.(2020). Ejercicios de funciones cuadráticas enfocados a las parábolas. Obtenido de: <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/ejercicios-de-la-funcion-cuadratica.html>

SuperProf.(2020). La Función Exponencial y algunos ejemplos. Obtenido de: <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/funcion-exponencial.html>

OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE



El 25 de septiembre de 2015, los líderes mundiales adoptaron un conjunto de objetivos globales para erradicar la pobreza, proteger el planeta y asegurar la prosperidad para todos como parte de una nueva agenda de desarrollo sostenible. Cada objetivo tiene metas específicas que deben alcanzarse en los próximos 15 años.



La **Secretaría de Educación** debe garantizar una educación inclusiva y equitativa de calidad, promoviendo oportunidades para el aseguramiento de aprendizajes pertinentes, relevantes y eficaces para todos.

META 1 Enseñanza gratuita, equitativa y de calidad.	META 2 Acceso a servicios de calidad en primera infancia y enseñanza preescolar.	META 3 Acceso igualitario a formación técnica, profesional y superior de calidad.	META 4 Entregar competencias para el empleo, el trabajo decente y el emprendimiento.	META 5 Eliminar las disparidades de género a todos los niveles de enseñanza.
META 6 Que todos los jóvenes estén alfabetizados.	META 7 Asegurar adquisición de teorías y prácticas que promuevan el desarrollo sostenible.	META 8 Construir y adecuar instalaciones educativas que consideren a personas con discapacidad.	META 9 Aumentar el número de becas para enseñanza superior, profesional o técnica.	META 10 Aumentar la oferta de maestros calificados.

Cuaderno de Trabajo - Matemática II - Décimo grado

BCH- Educación Media

Modalidad Educación en Casa

Se imprimió en la empresa (nombre de la imprenta)

Lugar: _____

En el mes de _____ del año _____

Su tiraje consta de _____ ejemplares

Cuaderno de Trabajo de Matemática II



Décimo Grado
Bachillerato en Ciencias y Humanidades BCH
Modalidad de Educación en Casa